CUADERNO DE TRABAJO

FÍSICA INTRODUCTORIA PARA INGENIERÍA

Traducción y reproducción autorizada de una selección de actividades de los libros **Physics by Inquiry, Vol. I y II**, elaborados por del Grupo de la Enseñanza de la Física de la Universidad de Washington.

Para uso exclusivo de los estudiantes de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México.

Tabla de Contenidos

Presentación

Propósitos generales

Bienvenidos al curso de *Física Introductoria para Ingeniería*, que pertenece al Programa de Integración para las carreras de Ingeniería. Aunque su nombre indica que es un curso enfocado a la Física, este es, además, un curso enfocado en introducirte a las ideas básicas y fundamentales del razonamiento científico a través de la física. Por razonamiento científico, nos referimos a los métodos experimentales y lógicos que le han permitido a la humanidad desarrollar modelos de la realidad para entender mejor cómo funcionan los diferentes aspectos del mundo donde vivimos. Estos modelos son lo que conocemos como *ciencia*.

De este modo buscaremos que, a través del estudio de sistemas físicos simples y sus interacciones, adquieras experiencia directa sobre la construcción del conocimiento científico. En concreto el curso está diseñado para que a partir de tus propias observaciones, experiencias, análisis de lecturas y resolución de problemas, desarrolles:

- los conceptos físicos básicos de posición, tiempo, velocidad, aceleración, entre otros;
- el reconocimiento de regularidades y patrones de comportamiento en fenómenos simples y la consecuente formalización matemática,
- el diseño y registro de experiencias de indagación y explicación de fenómenos simples.

A diferencia de los cursos de Física que posiblemente tomaste con anterioridad, en los cuales el foco estaba centrado en cubrir contenidos que eran presentados por el maestro en el pizarrón, el objetivo principal de este curso es que sean ustedes, los estudiantes, los que *construyan y descubran* los contenidos relevantes a través de un proceso de *indagación* personal y grupal. El profesor intentará ayudarte, en general, más con preguntas que con respuestas.

Así, el papel del profesor y de los estudiantes será un poco distinto a lo que estás acostumbrado. No esperes recibir las “respuestas correctas” del profesor sino, más bien, que éste te ayude a encontrar y construir tus propias respuestas.

A lo largo del curso irás aprendiendo cómo hacer “razonamientos lógicos y experimentales”. Básicamente, éstos consisten en: identificar patrones de regularidad en el comportamiento de algún sistema físico, proponer cuáles serían las variables adecuadas, “definirlas operacionalmente” y diseñar experimentos apropiados para investigar si las variables que se creen decisivas, en efecto, influyen o determinan el comportamiento. Durante este proceso, vas a deducir por ti mismo(a) fórmulas que describen un comportamiento y, si todo sale bien, lograrás explicar con tus propias palabras qué es lo que aprendiste y cómo lo aprendiste.

Todo te será útil no sólo para aprender Física; este tipo de razonamiento es una herramienta muy poderosa que te puede servir en los demás cursos que lleves e inclusive en varios aspectos de tu vida diaria. Esperamos que disfrutes este pequeño viaje por los caminos de la ciencia.

En términos generales, puedes pensar en tres propósitos principales del curso:

1. Aprender y reforzar contenidos y metodologías propias de la física, preponderando el conocimiento operativo por encima del declarativo.
2. Desarrollar y cultivar hábitos de trabajo y estudio.
3. Desarrollar y cultivar habilidades de razonamiento científico.

Estos tres, son los elementos esenciales del curso, y como tres postes que sostienen una casa de campaña, cada uno refuerza al otro, y si uno está frágil o roto, se compromete la estructura de la casa. Si tienes dudas sobre esto, coméntalo con el profesor.

Dinámica de trabajo del curso

En este curso las actividades de aprendizaje están diseñadas para que experimentes y analices situaciones problemáticas dentro y fuera del aula; la mayoría de las veces en equipo y algunas otras de forma individual. La dinámica de trabajo consistirá en:

- el trabajo y discusión en equipos,
- el registro de las actividades (bitácora de trabajo),
- los trabajos para desarrollar dentro y fuera del aula (tareas),
- evaluaciones formativas, reporte de actividades y exploración de ideas previas.

Trabajo en el aula

El cuaderno de trabajo que tienes en tus manos es una guía de las actividades que debes ir realizando a lo largo del curso. Consiste en una serie de instrucciones para que vayas haciendo experimentos y ejercicios y te va planteando preguntas acerca de éstos.

Dado que tú vas a ir desarrollando y construyendo las habilidades y conceptos, es importante que escribas con mucha claridad y cuidado tus respuestas a todas las preguntas que se te plantean en cada actividad o ejercicio del cuaderno de trabajo. Este registro debe hacerse en un cuaderno dedicado exclusivamente a este propósito y que llamaremos **bitácora de trabajo.** El cuaderno de trabajo no está diseñado para que lo uses como tu bitácora.

La bitácora es ***personal*** y fundamental para el trabajo del curso, por ello debes de traerla a <u>todas las clases</u> y:

- Anotar todas las respuestas a las preguntas y ejercicios planteados en el cuaderno de trabajo haciendo clara referencia a las preguntas.

- Completar las respuestas a las preguntas con explicaciones, ejemplos, dibujos, tablas, etc. El objetivo de esto es que al volver a leer lo que escribiste, por ejemplo un mes después o cuando resuelvas una tarea o estudies para una evaluación, puedas recordar qué razonamientos te llevaron a tus respuestas y conclusiones.

- Registrar las dudas y/o comentarios que te surjan a lo largo de la clase o al hacer las tareas para que no los olvides y puedas discutirlos posteriormente.
- Procurar no borrar los ejercicios en los que te equivoques sino más bien señalar en qué te equivocaste y por qué. Esto te puede ser de gran utilidad.

Como puedes ver, la bitácora es como un “diario” donde registras todo lo que vas haciendo, pensando, discutiendo, etc. durante el curso. La bitácora es tu herramienta de aprendizaje más importante.

Algunas observaciones importantes:

A lo largo de todo tu trabajo con estos materiales debes poner mucha atención en:

- **Entender las preguntas y ejercicios que se te están planteando**. Para esto debes leer varias veces las preguntas y reflexionar sobre ellas. Si a pesar de lo anterior no te queda clara la pregunta, pídele ayuda al profesor. ***No respondas las preguntas o los ejercicios si no los has entendido.*** Cada pregunta y ejercicio tiene un propósito específico que puede perderse o confundirse si no lo entiendes.

- **Responder en el orden en el que se te presentan las preguntas y, de ser posible, no saltarte ninguna**. Si lo haces puedes llegar a conclusiones erróneas o incompletas en actividades posteriores.

- **Detenerte en los comentarios marcados con el símbolo ✋.** Cuando encuentres este tipo de comentario, quiere decir que has llegado a un punto en el que debes verificar tus razonamientos y conclusiones. Por ello debes avisarle al profesor para que los revise contigo. Si no los verificas en el momento adecuado y continúas trabajando, puedes llegar a conclusiones erróneas o incompletas en las actividades posteriores.

- Distinguir cuándo, en el cuaderno de trabajo, se te pide hacer predicciones, y cuándo se te pide que hagas ejercicios o experimentos. Es importante que cuando se te pida hacer predicciones no te adelantes y hagas los ejercicios o experimentos relacionados porque es parte del proceso de aprendizaje.

Carga horaria

- El tiempo mínimo de trabajo en el aula necesario para cubrir los propósitos del curso es de seis horas semanales. Es posible y normal que algunos estudiantes requieran dedicar más tiempo al trabajo en el aula dependiendo del ritmo en el que vayan avanzando individualmente. No esperes a estar muy atrasado para pedir asesorías a tu profesor.

- Con base en los cursos anteriores, hemos visto que el tiempo de trabajo fuera del aula necesario para estudiar, hacer tareas y resolver dudas en asesorías es de aproximadamente otras seis horas semanales en promedio.

Evaluación

Este curso cuenta con diversas formas de evaluación y diagnóstico tanto para los estudiantes como para el profesor. Estas evaluaciones proporcionan información importante acerca del proceso de aprendizaje y del funcionamiento del curso que permiten hacer los ajustes necesarios por parte de los estudiantes y el profesor, y son:

- **La exploración de ideas previas**. Se pueden realizar antes de cada actividad y su objetivo es que identifiquemos las dificultades y preconcepciones con las que llegas a un tema dado. Es muy importante que tomes nota de estas dificultades en tu bitácora pues son éstas las que esperamos que resuelvas a lo largo del capítulo.

- **Tu bitácora de trabajo**. Ésta es revisada en forma cotidiana por el profesor. Además, como una forma de evaluar tu bitácora, es posible que te pidamos que realices **un trabajo o un reporte** después de finalizar algunas actividades. En ellos se te puede pedir que describas cómo fue que llegaste a algunas de las conclusiones más importantes de cada unidad. De esta manera podrás ir modificando tu bitácora para convertirla en una verdadera herramienta de aprendizaje.

- **Las tareas**. Correspondientes a los contenidos y habilidades trabajados en cada actividad.

- **Las evaluaciones formativas**. De los contenidos y habilidades desarrolladas en una o varias actividades.

Reglas de trabajo

Con base en la experiencia que hemos tenido al impartir este curso, los profesores que lo impartimos consideramos que las condiciones mínimas necesarias para que lo aproveches son:

- **asistir puntualmente a todas las clases,**
- **hacer y entregar a tiempo todas las tareas,**
- **realizar todas las evaluaciones de ideas previas y formativas, y**
- **llevar un registro escrito cuidadoso de las actividades realizadas en el curso a través de la bitácora de trabajo.**

Si no cumples con estas condiciones, los profesores no nos podemos comprometer a que alcances los propósitos del curso y por ello ***NO*** *son negociables.*

También es importante establecer normas de trabajo, en este caso:

- no copiar tareas ni evaluaciones para que los profesores podamos evaluar adecuadamente tu trabajo a lo largo del curso y con ello detectemos cuáles son tus dificultades y necesidades específicas, y
- mantener un diálogo respetuoso con tus compañeros de equipo y con el resto del grupo para no dificultar el trabajo de nadie.

Si tienes alguna duda u objeción respecto de estas reglas o si te parece adecuado proponer otras que favorezcan tanto tu trabajo como el de tus compañeros, coméntaselo al profesor para que lo discutan con todo el grupo.

Apertura: preliminares

A. Observando e Infiriendo

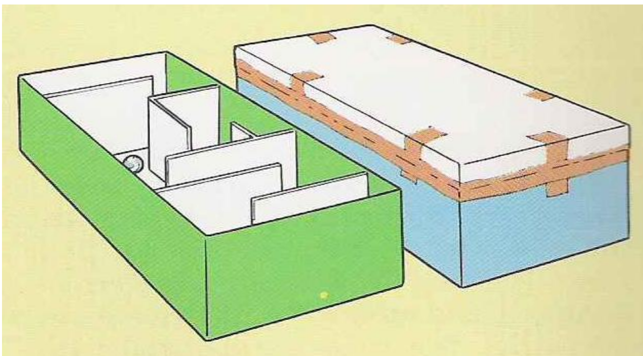
Muchas veces los científicos deben hacer modelos de cosas que en realidad no pueden ver o conocer. Por ejemplo, la estructura del átomo que hoy tenemos en mente es un modelo.

¿Cómo es que los científicos hacen sus modelos? En general, lo primero que hacen es acumular, a través de experimentos, tantas observaciones e información del objeto investigado como les sea posible. Después, a partir de éstas, hacen inferencias para explicar o describir el objeto. Las observaciones se basan en lo que nos dicen los sentidos (todos) y las inferencias son suposiciones fundamentadas en las observaciones realizadas. Los científicos usan las observaciones y las inferencias como para construir modelos. Tú puedes seguir este proceso para construir un modelo sobre algo que no puedes ver:

El profesor te dará una caja cerrada, la cual tendrá en su interior paredes colocadas en diferentes posiciones, como se muestra en la figura. La caja también contiene una canica. La idea es que tú hagas, sin abrir la caja, un modelo de cómo es el interior de la caja.

Experimento A.1

¿Cómo puedes determinar la estructura interna de una caja que está cerrada?



Para resolver esta pregunta, sigue los pasos que se muestran a continuación:

A. Anota el número de la caja que te hayan dado (hay tres tipos de laberintos) y muévela, inclínala, gírala, sacúdela suavemente, etc.; sin abrirla y anota todas tus observaciones.

B. A partir de las observaciones que registraste en el inciso anterior, infiere la estructura interna de la caja; es decir, en qué lugar están colocados los cartones, qué tan largos deben ser, etc. Si quieres, trata de imaginar y dibujar la forma en que la canica se mueve dentro de la caja.

C. Compara tus inferencias con las de otros estudiantes usando la misma caja. Si consideras necesario, después de comparar tus inferencias con las de tus compañeros, vuelve a tomar la caja e investígala de nuevo. Cuando hayas terminado de hacer tus nuevas observaciones, dibuja tu modelo del interior de la caja en tu bitácora.

D. Haz lo mismo con las otras dos cajas y cuando todos hayan terminado, destapen las cajas y comparen sus modelos con la estructura interna de cada caja.

Ejercicio A.2

(1) ¿Cuál es la diferencia entre una observación y una inferencia?

(2) ¿Cómo hiciste para determinar el modelo del laberinto de la caja? (explica el procedimiento que seguiste para hacer tus observaciones y probar tus inferencias como si se lo explicaras a alguien que no lo ha hecho).

Ejercicio A.3

De las siguientes expresiones, señala cuál es ***inferencia*** y cuál ***observación***:

(1)

a. El niño está sonriendo.
b. El niño está feliz.

(2) Cuando la caja está tapada:

a. La canica no puede seguir en línea recta, de esquina a esquina en el interior de la caja.
b. Hay una pared de cartón que impide que la canica ruede entre dos esquinas de la caja.

(3) Cuando la caja está destapada:

a. La canica no puede seguir en línea recta, de esquina a esquina en el interior de la caja.
b. Hay una pared de cartón que impide que la canica ruede entre dos esquinas de la caja.

(4)

a. Esa señora está de luto.
b. Esa señora está vestida de negro.

Ejercicio A.4

Respecto a cada una de las observaciones que se mencionan a continuación, haz al menos una inferencia.

(1) Al llegar a mi casa veo el llavero de mi tía Juana sobre la mesa.
Ejemplo de inferencia: Mi tía está de visita en la casa.

(2) El helado que está dentro del refrigerador, se está derritiendo.

(3) Está cayendo agua en la parte de afuera de los vidrios de la ventana.

(4) La pelota que rodaba hacia mí por el suelo, poco a poco se fue deteniendo.

Menciona una observación que mostrara que la inferencia que hiciste para (1), (2), (3) y (4) no era correcta.

Un ejemplo para (1): La busqué en todo la casa y no la encontré.

Menciona una observación que mostrara que la inferencia que hiciste para (1), (2), (3) y (4) fue correcta.

Un ejemplo para (1): Verla en la casa.

Preguntas y problemas para evaluar la actividad:

Haz una primer lectura del siguiente texto después lee las preguntas que se te hacen al final y ve si las puedes responder. Si no, vuélvelo a leer intentando subrayar lo que te parezca que te ayude a contestar. Lee una tercera vez asegurándote de estar conforme con tus respuestas.

EL BALÓN DE FUTBOL INVISIBLE [1]

(1) Lederman, León y Dick Teresa. La partícula divina, Colección Crítica, Ed. Grijalbo Mondadori, S. A.

Imaginen una raza inteligente de seres procedente del planeta Penumbrio. Son más o menos como nosotros, hablan como nosotros, lo hacen todo como los seres humanos. Todo, menos una cosa. Por una casualidad, su aparato visual es tal que no pueden ver los objetos en los que haya una superposición brusca de blancos y negros. No pueden ver las cebras, por ejemplo. O las camisetas rayadas de los árbitros de la liga de fútbol americano. O los balones de fútbol. No es una chiripa tan rara, dicho sea de paso. Los terráqueos somos aún más extraños. Tenemos, literalmente, dos zonas ciegas en el centro de nuestro campo de visión. No las percibimos porque el cerebro extrapola la información contenida en el resto del campo visual para suponer qué debe de haber en esos agujeros, y los rellena entonces para nosotros. Los seres humanos conducen de manera rutinaria a ciento sesenta ki1ómetros por hora por una autopista alemana, practican la cirugía cerebral y hacen malabarismos con antorchas encendidas aun cuando una porción de lo que ven no es más que una buena suposición.

Digamos que un contingente del planeta Penumbrio viene a la Tierra en misión de buena voluntad. Para que se hagan una idea de nuestra cultura, les llevamos a uno de los espectáculos más populares del planeta: un partido del campeonato del mundo de fútbol. No sabemos, claro está, que no pueden ver el balón blanquinegro. Así que se sientan a ver el partido con una expresión, aunque cortés, confusa. Para los penumbrianos, un puñado de personas en pantalones cortos corren arriba y abajo por el campo, le pegan patadas sin sentido al aire, se dan unos a otros y caen por los suelos. A veces el árbitro sopla un silbato, un jugador corre a la línea lateral, se queda allí de pie y extiende los dos brazos por encima de la cabeza mientras otros jugadores le miran. De vez en cuando -muy de vez en cuando-, el portero cae inexplicablemente al suelo, se elevan unos grandes vítores y se premia con un tanto al equipo opuesto.

Los penumbrianos se tiran unos quince minutos completamente perdidos. Entonces, para pasar el tiempo, intentan comprender el juego. Unos usan técnicas de clasificación. Deducen, en parte por los uniformes, que hay dos equipos que luchan entre sí. Hacen gráficas con los movimientos de los jugadores, y descubren que cada jugador permanece más o menos dentro de ciertas zonas del campo. Descubren que diferentes jugadores exhiben diferentes movimientos físicos. Los penumbrianos, como haría un ser humano, aclaran su búsqueda del significado del fútbol del campeonato del mundo dándoles nombres a las diferentes posiciones donde juega cada futbolista. Las incluyen en categorías, las comparan y las contrastan. Las cualidades y las limitaciones de cada posición se listan en un diagrama gigante. Un gran avance se produce cuando descubren que hay cierta simetría. Para cada posición del equipo A hay una posición análoga en el equipo B.

Para cuando quedan sólo dos minutos de partido, los penumbrianos han compuesto docenas de gráficas, cientos de tablas y de fórmulas y montones de complicadas reglas sobre los partidos de fútbol. Y aunque puede que las reglas sean todas, en un sentido limitado, correctas, ninguna capta realmente la esencia del juego. En ese momento un joven penumbriano, un don nadie, que hasta ese momento había estado callado, dice lo que piensa. «Supongamos -aventura nerviosamente- la existencia de un balón invisible.»

« ¿Qué dices?», le replican los penumbrianos talludos.

Mientras sus mayores se dedicaban a observar lo que parecía ser el núcleo del juego, las idas y venidas de los distintos jugadores y las demarcaciones del campo, el don nadie tenia los ojos puestos en las cosas raras que pasasen. Y encontró una. Justo antes de que el árbitro anunciase un tanto, y una fracción de segundo antes de que el público lo festejara frenéticamente, el joven penumbriano se percató de la momentánea aparición de un abombamiento semiesférico en la parte de atrás de la red de la portería. De ahí su extravagante conclusión de que el juego de fútbol depende de la existencia de un balón invisible (invisible, al menos, para los penumbrianos).

El resto de la expedición de Penumbrio escucha esta teoría y, pese a lo débiles que son los indicios empíricos, tras mucho discutir, concluyen que puede que al chico no le falte razón. Un portavoz maduro del grupo –resulta que un físico- apunta que unos cuantos casos raros iluminan a veces más que mil corrientes. Pero lo que de verdad da en el clavo es el simple hecho de que *tiene que haber* un balón. Si parten de la existencia de un balón, que por alguna razón los penumbrianos no pueden ver, de golpe todo funciona. El juego adquiere sentido. Y no sólo eso; todas las teorías, gráficos y diagramas compilados a lo largo de la tarde siguen siendo válidos. El balón, simplemente, da significado a las reglas.

En este caso, el cambio en el modelo responde a la creación de uno más sencillo, que permite entender de mejor manera todo lo que pasa en el campo de juego, y aunque implica introducir algo que no se puede ver (al menos los penumbrianos no pueden), la presuposición de su existencia se basa en un conjunto lógico de hechos.

Responde las siguientes preguntas:

1. Hasta <u>antes</u> de que hablara el joven penumbrio acerca de la posibilidad de que existiera un balón:
   - **(a)** ¿Cuáles fueron las observaciones que habían hecho acerca del juego?
   - **(b)** ¿Cuáles fueron las inferencias que hicieron a partir de esas observaciones?
   - **(c)** ¿Qué tan bueno crees que era el modelo de los penumbrianos acerca del juego de fútbol? ¿Por qué?

2. ¿Cuáles fueron las observaciones que le permitieron inferir al joven penumbriano la existencia de un balón? ¿Tú hubieras inferido lo mismo?

3. En alguna parte, el texto dice: ¨…lo que de verdad da en el clavo es el simple hecho de que *tiene que haber* un balón.¨ Si ya tenían un modelito acerca del juego que les permitía entender de qué se trataba, ¿por qué mejora el modelo la suposición de la existencia de un balón?

4. Comparando la experiencia de los penumbrios con la que tuviste haciendo la actividad de “Observando e Infiriendo”, contesta las siguientes preguntas:
   a. Si hubieras empezado la actividad sin saber que había paredes y canica ¿qué observaciones te permitirían suponer –o sea, “descubrir”- la existencia de la canica y las paredes?
   b. ¿Cómo se compara esto con la situación inicial de los penumbrios?

Unidad 1: Cinemática
Parte A: Movimiento con velocidad constante

*Empezaremos nuestra investigación de la **Cinemática** estudiando el movimiento de los objetos que se mueven en línea recta sin ir más rápido o más lento. A este tipo de movimiento se le llama **movimiento uniforme** o **movimiento con rapidez constante**.*

1. Movimiento uniforme

Experimento 1.1

Pídele al profesor o a la profesora que te proporcione varios balines y rieles.

A. Usando este equipo, trata de producir el movimiento más uniforme y estable que puedas.

Describe qué hiciste para hacer el movimiento lo más uniforme posible.

¿Cómo puedes verificar que el movimiento fue uniforme? Explica por qué crees que tu método es un buen indicador de movimiento uniforme.

Da una evidencia cuantitativa de que el movimiento es uniforme.

B. Escribe una definición operacional del movimiento uniforme (tal vez necesites hacer referencia de la discusión hecha sobre definiciones operacionales en *"Propiedades de la materia"* en el Volumen I).

Nota: Una definición de este tipo debe incluir una prueba que se pueda usar para decidir si un movimiento es uniforme. En principio, esta prueba debe ser aplicable a cualquier objeto en movimiento. No debe incluir apreciaciones personales de qué tan uniforme parece ser el movimiento. En lugar de esto, la prueba debe requerir hacer mediciones del movimiento. Entonces, debe de haber un procedimiento para usar estas mediciones con la finalidad de decidir si el movimiento es o no uniforme.

✓ Discute este experimento con el profesor o la profesora.

Experimento 1.2

Reúne a un grupo de cuatro o más personas para este experimento.

El propósito de este experimento es registrar dónde estará un objeto en movimiento en distintos tiempos. Esto puede hacerse anotando el tiempo en el que el objeto pasa por ciertas marcas predeterminadas.

Arma un riel de al menos dos metros de largo para que el balín lo recorra con un movimiento casi uniforme.

A. Cada persona tiene que estar asignada a una marca a lo largo del recorrido del balín. ¿Cuál sería una buena manera de describir la localización de cada marca?

   Cada persona debe contar con un cronómetro y debe echarlo a andar cuando el balín pase por la marca de salida. Cada persona debe detener su cronómetro cuando el balín pase por su marca.

   ¿Qué te dirán las lecturas del cronómetro?

   Practica algunas veces hasta que puedas repetir el experimento de la misma manera cada vez. Cuando logres obtener las mismas lecturas del cronómetro repetidamente (o muy parecidas), empieza a registrar los datos.

   ¿Es el movimiento uniforme? ¿Cómo lo puedes saber? Si el movimiento no es uniforme, haz los cambios necesarios para hacerlo más uniforme.

B. Cuando tengas datos de alguna realización particular del experimento que te indiquen que el movimiento fue uniforme, traza tus datos en una gráfica. (Utiliza únicamente los datos de la mejor realización).

   Haz la siguiente gráfica usando papel milimétrico: la distancia de la marca de salida contra la lectura del cronómetro en cada marca.

   Nota: Cuando los puntos experimentales no se encuentran exactamente sobre un patrón definido, la práctica usual es dibujar una curva suave o una línea a lo largo de todos los puntos. *No dibujes líneas que conecten los diferentes puntos en zig-zag*. Estas líneas implicarían que tú consideras que los datos de los puntos graficados son exactos y que no tienen incertidumbre. Una gráfica en zig-zag indica que las cantidades se encuentran relacionadas de una manera muy irregular mientras que una gráfica suave indica que la relación entre puntos es más regular.

C. Los puntos casi deben formar una línea recta. Dibuja la mejor línea recta que logres para representar tus datos. ¿Qué te dice lo “recto” de la gráfica acerca del movimiento?

   Calcula e interpreta la pendiente de la línea.

D. Traza los mismos datos en otra gráfica, pero esta vez con los ejes intercambiados. De nuevo, calcula e interpreta lo que significa la pendiente de la recta.

✓ Verifica tus gráficas e interpretaciones con el profesor o la profesora.

Experimento 1.3

Genera un movimiento en el cual un objeto se mueva uniformemente a lo largo de 2.0 metros en 4.0 ± 0.2 segundos. Repite el Experimento 1.2 usando este movimiento. Dibuja los resultados en las mismas gráficas que hiciste para el experimento 2.

Compara las gráficas de los Experimentos 1.2 y 1.3. ¿Cómo puedes saber cuál movimiento fue más rápido al observar las gráficas?

Experimento 1.4

Usa el mismo arreglo que en los dos experimentos anteriores, pero esta vez utiliza únicamente dos cronómetros. Coloca un cronómetro enfrente de ti en la marca de los 120 cm. Coloca el otro cronómetro en la marca de los 70 cm, pero voltéalo de manera de que no lo puedas ver. Corre el experimento usando una velocidad relativamente lenta que no hayas utilizado antes.

Observa la lectura del cronómetro en la marca de 120 cm y trata de predecir la lectura del cronómetro volteado en la marca de los 70 cm. Explica tu razonamiento. Después verifica si tu predicción fue correcta.

Experimento 1.5

Realiza un experimento como el Experimento 1.2 pero con un objeto que vaya cada vez más rápido.

A. Grafica tus resultados. Sigue la convención aceptada de registrar la distancia desde el punto de salida en el eje vertical y la lectura del cronómetro en el eje horizontal.

   ¿Es válido tratar de dibujar una línea recta a través de tus puntos? Explica.

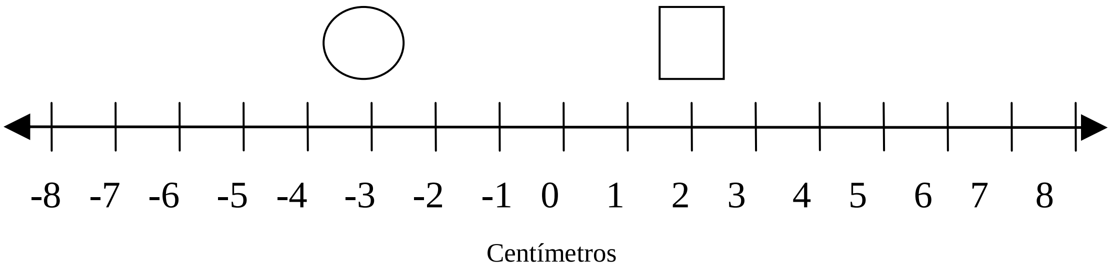
   ¿Cómo puedes saber si el objeto va cada vez más rápido al observar la gráfica?

B. Trata de realizar una predicción como en el Experimento 1.4. ¿Puedes usar el mismo razonamiento aquí? Explica.

✓ Discute este experimento y el Experimento 1.4 con el profesor o la profesora.

2. Descripciones cuantitativas de posiciones y tiempos.

Cuando un objeto se está moviendo en línea recta, se puede imaginar una cinta métrica colocada al lado de la trayectoria del objeto. Podemos imaginar una cinta métrica que se extiende infinitamente en ambas direcciones. La cinta métrica representa un **sistema de coordenadas**.

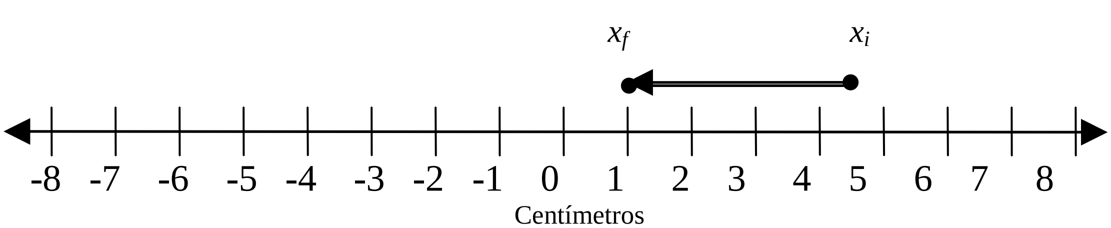


Podemos describir el lugar donde el objeto se encuentra escogiendo el número más cercano a él en la cinta métrica. A este número se le llama **posición** *del objeto. Usamos el símbolo x para representar esta posición. En la figura de arriba, el cuadrado se encuentra cerca de la marca de los +2cm. Usando el símbolo x, diríamos que x=2cm para el cuadrado. Para el círculo, x=-3cm.*

Desplazamiento

Si un objeto se mueve de una posición inicial x_i *a una posición final* x_f, *al número* $x_f - x_i$ *se le llama el* **desplazamiento** *o el* **cambio de posición** *del objeto. Usaremos el símbolo* Δx *para* $x_f - x_i$: $\Delta x = x_f - x_i$, *en donde* Δx *se lee "delta x". En este módulo, siempre usaremos la letra griega delta (*Δ*) para indicar el valor final menos el valor inicial. Por lo tanto, el símbolo* Δ *representa el cambio de una cantidad.*

Un desplazamiento se representa comúnmente por una flecha dibujada de la posición inicial a la posición final. La longitud de la flecha representa que tan lejos se encuentra la posición final de la posición inicial y la punta de la flecha muestra la dirección del movimiento. En la siguiente figura se muestra una flecha representando un desplazamiento.

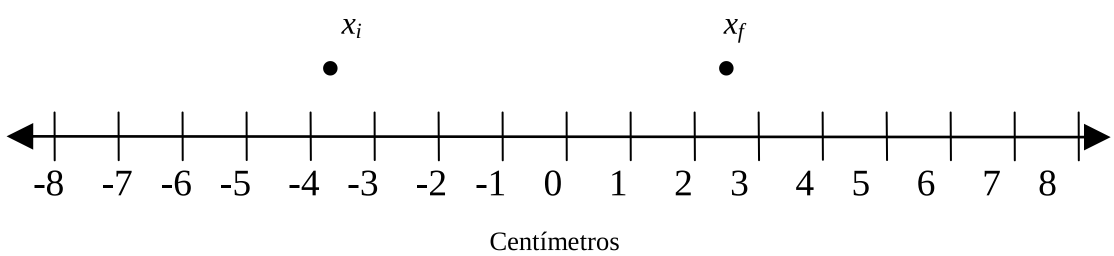


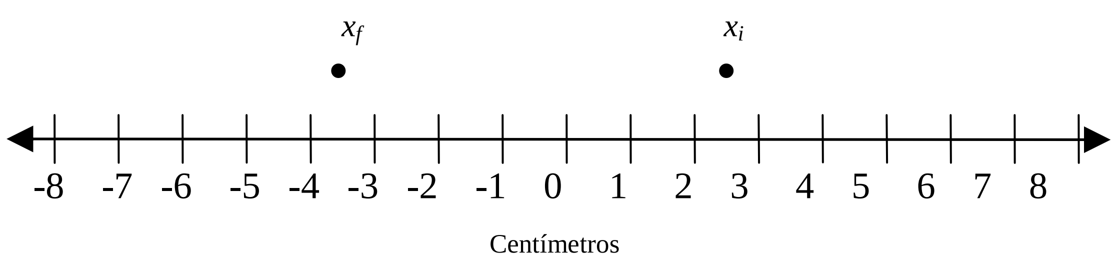
Ejercicio 2.1

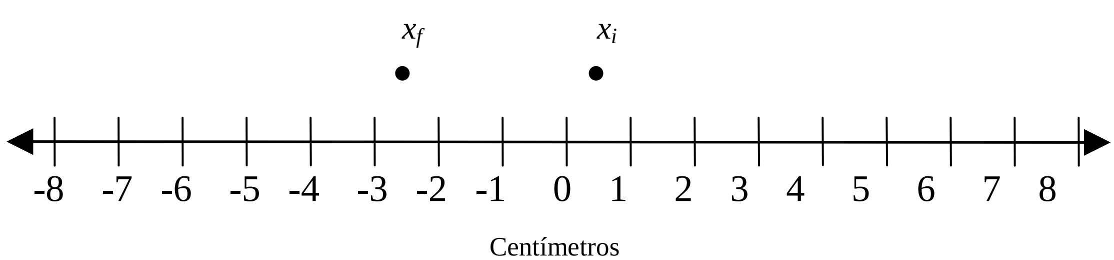
Calcula Δx en la figura anterior. ¿Qué te indica el signo de Δx acerca del movimiento?

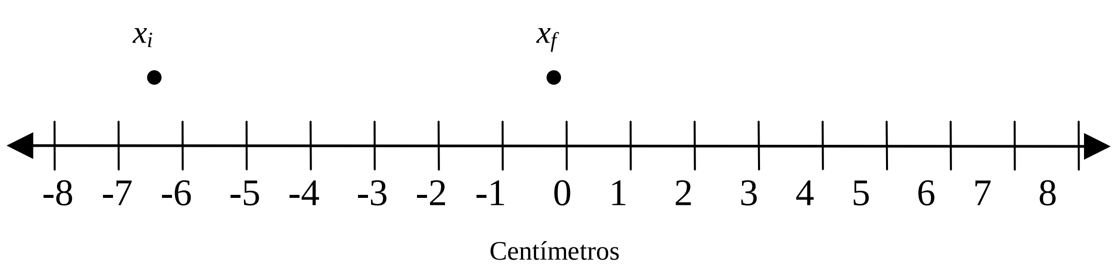
Ejercicio 2.2

Calcula el desplazamiento para cada uno de los siguientes movimientos. En cada caso, x_i es la primera posición y x_f es la última posición. Dibuja una flecha para representar cada uno de los desplazamientos como en la figura anterior.









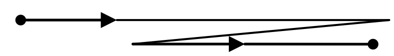
Ejercicio 2.3

¿Qué cantidad te dice donde está localizado un objeto, x o Δx?

Si un objeto continúa moviéndose en la misma dirección, $|\Delta x|$ es la distancia que el objeto se mueve. Si el objeto regresa, la distancia que recorrerá será más grande que $|\Delta x|$. (El símbolo $|\Delta x|$ significa el *valor absoluto* de Δx. Consulta a tu profesor o profesora o un texto de álgebra si no estás familiarizado con el término *valor absoluto*.)

$|\Delta x|$ es la distancia recorrida

$|\Delta x|$ no es la distancia recorrida



Posiciones iniciales

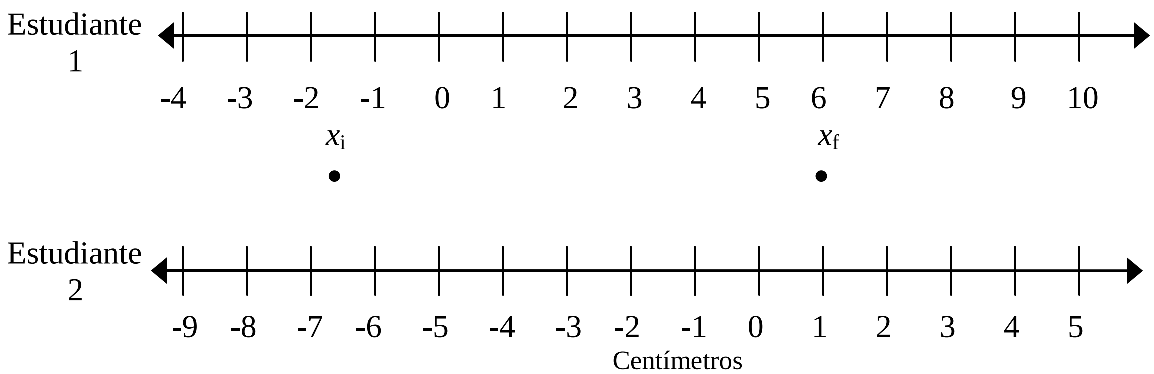
El movimiento puede comenzar en cualquier posición. Usualmente, x=0 se define como el lugar donde el movimiento empieza, pero esto no es necesario. Considera el siguiente ejemplo:

Una granjera vive entre dos grandes ciudades, A y B. La autopista que pasa por la granja, tiene postes en los que se indica el kilometraje. El sistema de numeración comienza en la ciudad A y continúa hasta la ciudad B. La granja está localizada en el kilómetro 198. Considera un viaje que la granjera realizó a una pequeña ciudad cercana situada en el kilómetro 206. Su posición inicial de acuerdo con los postes no fue el kilómetro 0, ya que no comenzó su viaje en la ciudad A. Su posición inicial fue x_i =198, y su posición final fue x_f =206. La granjera puede vivir toda su vida sin haber ido a la ciudad A. En tal caso, su posición nunca sería 0.

Frecuentemente encontraremos situaciones, como la del caso de arriba, donde el movimiento no empieza en x=0. La elección de la localización x=0 es arbitraria; sin embargo, una vez hecha esta selección para un problema particular, no se debe de cambiar. La localización donde la posición es cero, se le llama normalmente ***origen*** *del sistema de coordenadas. Los siguientes ejercicios ilustran cómo la elección del origen afecta a las mediciones de la posición y del desplazamiento.*

Ejercicio 2.4

Dos estudiantes llevan a cabo un experimento en el que se mueve un objeto de la posición x_i a la posición x_f. Cada estudiante coloca una cinta métrica al lado de la línea de movimiento, como se muestra a continuación.



¿Qué valor medirá el estudiante 1 para x_i?

¿Qué valor medirá el estudiante 1 para x_f?

¿Qué valor medirá el estudiante 2 para x_i?

¿Qué valor medirá el estudiante 2 para x_f?

¿Qué valor dará el estudiante 1 para Δx?

¿Qué valor dará el estudiante 2 para Δx?

Con base en tus resultados anteriores, contesta las siguientes preguntas. Explica tu razonamiento.

¿La medición de la posición depende de la elección del sistema de coordenadas?

¿La medición del desplazamiento depende de la elección del sistema de coordenadas?

Tiempo

La palabra tiempo tiene diversos significados en el lenguaje cotidiano. Por ejemplo: ¿Por qué tardaste tanto tiempo?, ¿Cuánto tiempo va a tomar ese trabajo? Pasamos un buen tiempo. Tiempo fuera. Nuestro tiempo ha llegado. En Física, la palabra tiempo tiene que usarse con *cuidado ya que es usada para nombrar diversas cantidades. En Física, el significado exacto de la palabra se aclara usualmente con las palabras que la acompañan; por ejemplo: en ese tiempo, por un largo tiempo. Aquí, estaremos interesados en dos usos de la palabra que corresponden a dos diferentes cantidades: una llamada* ***el tiempo****, que corresponde a lo que se lee en un reloj y otra llamada* ***duración, intervalo de tiempo o cantidad de tiempo****. Estas cantidades se discuten a continuación.*

Al describir posiciones, imaginamos una cinta métrica que se prolonga en las dos direcciones infinitamente. Al considerar el tiempo, imaginamos un reloj que siempre ha estado funcionando y seguirá funcionando por siempre. En vez de un reloj ordinario, imaginamos un reloj que solo cuenta los segundos. No vuelve a comenzar la cuenta cada 12 horas como lo hace nuestro reloj común. El reloj que imaginamos seguiría contando hasta millones y millones de millones de segundos. Usaremos el símbolo ***t*** *para representar la lectura en este reloj.*

El número que aparece en el reloj es llamado el ***tiempo****. Describimos cuándo pasó algo al dar el tiempo mostrado en el reloj (la lectura del reloj) mientras el evento ocurre. Un evento típico, por ejemplo, sería cuando un objeto en movimiento pasa la marca de los 10 cm. Si en el reloj se lee 25 segundos mientras esto ocurría, diremos que x=10 cm en t=25 segundos.*

Así como x=0 no es necesariamente un lugar especial, t=0 tampoco es necesariamente un instante específico. En particular, t=0 no tienen que ser el instante en el cual el movimiento comienza. Por ejemplo, supón que dos automóviles están realizando el mismo viaje pero uno de ellos tiene una ventaja de 5 minutos. Podríamos echar a andar el reloj para que marcara t=0 cuando el primer automóvil arranca, pero entonces el movimiento del segundo automóvil empezaría en t=5 minutos.

Los instantes antes de t=0 tienen número negativos, como t=-5 segundos. Esto es muy similar a lo que hacemos con los años antes del año 1, como 1026 A.C. Los tiempos negativos son perfectamente ordinarios; solamente pasan antes que los tiempos positivos.

Ejercicio 2.5

Supón que una pelota se deja caer en t=2140.0 segundos y golpea el suelo en t=2141.2 segundos. ¿Cuánto tiempo le tomó a la pelota caer?

El problema anterior, ilustra el método para determinar la duración o la cantidad de tiempo entre dos instantes. Usamos el símbolo Δt *para representar* $t_f - t_i$*, es decir la cantidad de tiempo entre* t_f *y* t_i*. Nuevamente,* Δt *significa "el tiempo final menos el tiempo inicial", y se lee "delta t".*

Ejercicio 2.6

Dos observadores tomaron el tiempo del movimiento de un automóvil de un lugar a otro. El primer observador lee en su reloj 262 segundos en el inicio y 375 segundos al final del movimiento. En el reloj del segundo observador se leyó -86 segundos en el inicio. ¿Qué se leyó en el segundo reloj al final?

Ejercicio 2.7

Menciona si la respuesta a cada una de las siguientes preguntas sería un tiempo o una duración.

A. ¿Cuándo iremos de compras?

B. ¿Cuánto tiempo pasará antes de que el autobús llegue?

C. ¿Cuándo termina su periodo de trabajo en la oficina?

D. ¿Qué tan viejo es este edificio?

E. Cuando la guerra terminó, ¿cuánto tiempo llevabas en alta mar?

F. ¿Cuánto tiempo te lleva realizar este tipo de trabajo?

El término ***instante*** *necesita una atención especial porque su significado en Física es un poco diferente a su significado en el lenguaje cotidiano. En Física, un instante es siempre un tiempo, nunca un intervalo de tiempo. Un instante es* ***cuándo****, no* ***cuánto tiempo****. La frase* ***en ese instante*** *significa lo mismo que decir algo como* ***a las 2:15****.*

Movimiento uniforme.

Una cantidad muy importante usada para la descripción del movimiento uniforme es el desplazamiento que tiene lugar en una unidad de tiempo. Esta cantidad se le llama ***velocidad*** *del objeto y se le representa por el símbolo* ***v****.*

Ejercicio 2.8

Escribe una expresión algebraica para la velocidad de un objeto que se mueve uniformemente en términos de x, Δx, t y Δt. (Puede que algunas de estas cantidades no sean necesarias.)

Ejercicio 2.9

Supón que un objeto se mueve de x_i =76 cm a x_f =13 cm con un movimiento uniforme en 0.7 segundos. ¿Cuál es su velocidad?

Nota que su velocidad es negativa. ¿Qué significa esto?

En física, existe una distinción entre los términos ***velocidad*** *y* ***rapidez****. Velocidad incluye la dirección del movimiento así como el número de centímetros recorridos en cada segundo. La rapidez no nos indica dirección; sólo nos indica el número de centímetros recorridos en cada segundo. La velocidad puede ser positiva o negativa, dependiendo de la dirección del movimiento; la rapidez es siempre positiva. Por ejemplo, en el ejercicio2.9, la velocidad es -90 cm/s y la rapidez es 90 cm/s. En símbolos,* $|v| = s$*, donde v es la velocidad y s es la rapidez.*

Experimento 2.10

Pídele al profesor o a la profesora que te muestre la demostración para este experimento.

Parte B: Movimiento con velocidad variable

En la parte B estudiaremos el movimiento de los objetos que van cada vez más rápido o que van cada vez más lento. Encontraremos que muchas de las ideas que hemos desarrollado para el movimiento uniforme pueden ser aplicadas directamente al movimiento no uniforme aunque algunas de estas tendrán que refinarse y desarrollarse aún más.

3. Introducción al movimiento no uniforme

En el estudio del movimiento no uniforme, las razones de cantidades muy pequeñas juegan un papel importante. Empezaremos esta sección considerando varios contextos físicos en donde intervienen razones entre números pequeños y con cuya interpretación puede que estés familiarizado.

Problema ejemplo

Supón que contamos con 0.15 ml de una solución base con 0.0075 g de otra sustancia disuelta en ella. El cálculo de la concentración nos da 5g/100 ml. ¿Qué es lo que nos dice el número 5 acerca de esta solución?

Ejemplo de solución

El número 5 nos dice la masa de la sustancia que se disolvería en la solución base si contáramos con 100 ml de esta base.

Esta interpretación de la razón de dos cantidades pequeñas es de importancia esencial en el material que sigue.

Ejercicio 3.1

Las siguientes preguntas involucran la interpretación de razones de cantidades pequeñas. Trata de interpretar las cantidades de estos problemas exactamente de la misma manera que en el ejemplo anterior; es decir, intenta que tu interpretación tenga la misma estructura que la interpretación del ejemplo.

A. Un ingeniero metalúrgico acaba de producir una pequeña capa de una nueva aleación de metales poco comunes. Utilizando una balanza muy sensible encuentra que la masa de esta pequeña capa es de 280 μg (280 microgramos, 280 x 10^{-6}g). Examinando la capa con un microscopio, estima que su volumen es de 2.1 x 10^{-5} cm^3. El ingeniero reporta que la densidad de esta nueva aleación es de 13 gramos por cada centímetro cúbico.

Un estudiante nuevo pregunta:

"¿Cómo puedes decir que la densidad es de 13 gramos por cada centímetro cúbico cuando sólo hay 2.1×10^{-5} cm^3 de este material en todo el mundo?"

¿Cómo le explicarías al estudiante lo que el número 13 g/cm^3 nos dice acerca del material y como este número puede ser aplicado a un objeto tan pequeño? (Nota: La palabra ***densidad*** no es la explicación del significado, sólo es el nombre del número.)

B. Supón que una bala viajó con movimiento uniforme una distancia de 2 m en 0.005 segundos. Si dividimos el desplazamiento entre el intervalo de tiempo, obtenemos 400 m/s. ¿Cómo interpretas el número 400 considerando el hecho de que la bala solamente viajó 2 m?

✓ Discute este ejercicio con tu profesor o profesora.

Los problemas anteriores muestran que aunque dos cantidades pueden ser muy pequeñas, su razón puede ser un número grande. Para interpretar la razón de dos cantidades pequeñas debemos imaginar una situación que tal vez no exista en realidad. Lo que necesitamos para interpretar esta situación es una razón donde el denominador sea una unidad (e.g., 1 cm^3, 1 segundo). Por lo tanto, tenemos que imaginar una situación en la cual la razón no cambia pero en la que las dos cantidades involucradas puedan ser más grandes que las cantidades originales. Por ejemplo, en la parte A del Ejercicio 3.1 tuvimos que imaginar una pieza de aleación con un volumen de 1 cm^3 y una masa de 13 g. Para la parte B, tuvimos que imaginar que la bala se movía uniformemente durante todo un segundo y que viajaba 400 m.

Experimento 3.2

Consigue un cochecito de fricción y averigua cómo se usa un contador de tiempo.

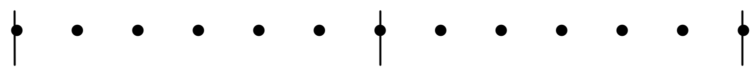
A. Primero, observa cómo funciona el cochecito antes de usar la cinta de papel. Deja que el cochecito arranque del reposo (cuando está parado), suelta el cochecito y déjalo que viaje alrededor de 2 m.

¿Cómo describirías el movimiento? ¿Es uniforme o no uniforme?

B. Ahora vuelve a poner el cochecito en movimiento de manera que éste arrastre a la cinta a través del contador de tiempo. Cada estudiante debe hacer su propia cinta.

Examina tu cinta. ¿Cómo puedes saber a partir de lo que ves en la cinta si el movimiento es uniforme o no uniforme?

C. Divide tu cinta en intervalos de seis espacios como se muestra a continuación.



El contador está construido de tal manera que golpea la cinta 60 veces cada segundo. ¿Cuál es la duración de cada intervalo de seis espacios; es decir, cuánto tiempo abarca cada intervalo de seis espacios? Explica tu razonamiento.

D. Divide el desplazamiento total entre la duración total del recorrido. ¿Se puede interpretar el resultado cómo el número de centímetros recorridos en cada segundo? Explica.

Mide el desplazamiento durante la primera mitad y durante la segunda mitad de todo el recorrido. Registra los datos de tus mediciones en una tabla como la de abajo.

E. En nuestro trabajo con el movimiento uniforme, hemos usado el número de centímetros recorridos en un segundo para decir que tan rápido se mueve un objeto. Un estudiante podría sugerir lo siguiente:

"Ya que no podemos calcular cuánto se mueve el objeto en un segundo sólo midámoslo. Esto nos dirá cuál es la rapidez."

Escoge un intervalo de un segundo en particular y compara el desplazamiento durante los primeros 0.5 segundos y los últimos 0.5 segundos del intervalo. Registra este desplazamiento en tu tabla.

Explica por qué, en este caso, el número de centímetros viajados realmente en un segundo no nos dice todo lo que hay que saber acerca de la rapidez del objeto.

F. Ahora centra tu atención en sólo uno de los intervalos de 0.1 segundos (seis espacios). (Escoge un intervalo cerca del centro de la cinta.) ¿Cómo se compara el desplazamiento de los primeros 0.05 segundos de este pequeño intervalo con el desplazamiento de los últimos 0.05 segundos? Registra tus mediciones.

Intervalo	Desplazamiento de la primera mitad	Desplazamiento de la segunda mitad
De todo el movimiento		
De un intervalo de 1 segundo		
De un intervalo de 0.1 segundo		

G. La observación más importante que hay que hacer acerca del movimiento en el intervalo de 0.1 segundos en la parte F, es que las distancias recorridas en la primera y la segunda mitad son prácticamente las mismas.

Las mediciones en la parte F pueden ser consideradas como evidencia de que el movimiento en un intervalo muy pequeño es prácticamente uniforme. Explica cómo las mediciones hechas en la parte F apoyan esta afirmación. (Haz uso de la definición operacional del movimiento uniforme.)

H. Calcula $\Delta x/\Delta t$ para el intervalo que usaste en la parte F. Da una interpretación de este número de la misma manera que lo hiciste para el problema ejemplo al principio de la Sección 3 y en el Ejercicio 3.1.

I. Supón que nos fijamos en un intervalo muy pequeño, por ejemplo de un milisegundo. ¿Esperarías que el movimiento fuera más uniforme o menos uniforme que durante el intervalo de 0.1 segundos? Explica.

Insuficiencia del razonamiento proporcional para el movimiento no uniforme

Hasta ahora, hemos usado el mismo razonamiento en todos los problemas cuantitativos que hemos encontrado, al que se le llama razonamiento proporcional. En el movimiento no uniforme, sin embargo, encontramos una situación donde este tipo de razonamiento no se puede usar ya que no es correcto. Antes de intentar trabajar con el movimiento no uniforme, consideremos con cuidado por qué el razonamiento proporcional que nos ha servido tan bien, es insuficiente ahora.

En todos los problemas en los que hemos trabajado hasta ahora, existía una razón constante entre dos cantidades porque había una repartición equitativa de una cantidad en unidades iguales de la otra. Por ejemplo:

(1) Cuando estudiamos masa y volumen, encontramos que todas las unidades de volumen comparten equitativamente la masa si el objeto era homogéneo. Había la misma cantidad de masa por cada unidad de volumen en todas las muestras de una sustancia en particular. Debido a esta repartición equitativa, el número que se obtiene al dividir la masa total entre el volumen total se puede interpretar como la masa de cada unidad de volumen. También logramos calcular la masa de un volumen particular de un material a partir de la información acerca de una pieza de diferente tamaño del mismo material.

(2) En el movimiento uniforme, todas las unidades de tiempo comparten equitativamente la distancia recorrida. La cantidad $\Delta x/\Delta t$ se puede interpretar como la distancia recorrida en cada unidad de tiempo y es el mismo número en cada intervalo del movimiento. Esta relación hace posible los cálculos como los del experimento 1.4, donde utilizamos la información acerca del movimiento en un intervalo para predecir cuánto se tardará un objeto en recorrer otro intervalo.

En el movimiento no uniforme la distancia recorrida no se reparte equitativamente entre las unidades de tiempo. Por esta razón, muchos cálculos que son posibles para el movimiento uniforme no pueden hacerse con el mismo razonamiento para un movimiento no uniforme. Por ejemplo, en el Experimento 1.5 un objeto aumenta su velocidad. Medimos en cuánto tiempo dicho objeto recorrió cierto intervalo, pero no podemos usar esa información para predecir cuánto tiempo le llevará al objeto recorrer otro intervalo. Además, no existe una interpretación simple del resultado de dividir Δx *entre* Δt *para un movimiento no uniforme como el del carrito. Ni siquiera podemos decir cuál es la velocidad del carrito. No tiene una rapidez única: tiene muchos valores de rapidez que van desde valores muy bajos al principio del recorrido hasta valores de rapidez altos al final.*

Hay dos grandes consecuencias de esta falta de proporcionalidad entre Δx *y* Δt*. Para un movimiento no uniforme:*

(1) *La razón del desplazamiento con respecto a la duración en un intervalo del movimiento,* $\Delta x/\Delta t$*, no tiene una interpretación física simple.*

(2) *No es posible decir qué tan lejos se moverá un objeto en un intervalo particular de tiempo si nos dan información de la rapidez en un intervalo diferente.*

Un nuevo enfoque

Necesitamos algo nuevo para realizar una descripción matemática del movimiento no uniforme. La clave para el entendimiento cuantitativo del movimiento no uniforme se encuentra en los resultados del Experimento 3.2, es decir:

Para intervalos pequeños, el movimiento es "casi" uniforme.

Este importante resultado significa que podemos aplicar todo lo que sabemos del movimiento uniforme, al menos de manera limitada, al movimiento no uniforme. No podemos describir todo el movimiento de manera completa, pero dado que en pequeños intervalos el movimiento es casi uniforme, podemos describir lo que sucede en un pequeño intervalo. En particular, podemos volver a describir la velocidad matemáticamente, pero ahora la interpretación de la velocidad solo se aplica a intervalos pequeños del movimiento.

Ejercicio 3.3

Consideremos con detalle la relación de las posiciones y los tiempos en un pequeño intervalo del movimiento. La siguiente tabla muestra la posición de un objeto en movimiento en diferentes tiempos.

Tiempo (segundos)	**Posición (cm)**
6.72	14.8762
6.73	17.3335
6.74	19.7915
6.75	22.2502
6.76	24.7096
6.77	27.1697
6.78	29.6305
6.79	32.0920
6.80	34.5542
6.81	37.0171
6.82	39.4807

A. Este movimiento no es perfectamente uniforme. ¿Cómo puedes saberlo?

B. El movimiento, sin embargo, es casi uniforme. Calcula $\Delta x/\Delta t$ para todo el intervalo mostrado.

C. Supón que, en lugar del movimiento mostrado en la tabla, el objeto se moviera con movimiento uniforme durante 0.03 segundos con la velocidad que calculaste en la parte B. Si el movimiento empezó en la posición 14.8762 cm, ¿en donde se encontraría después de 0.03 segundos?

D. ¿En donde se encontraba realmente localizado el objeto en $t = 6.75$ segundos de acuerdo a la tabla? ¿Qué tan bien se ajusta el cálculo obtenido con el movimiento uniforme en el inciso C comparado con la posición real?

E. Calcula $\Delta x/\Delta t$ para cada intervalo de 0.01 segundos. ¿Cómo se comparan cada uno de estos números? ¿Cómo se comparan estos números con el resultado del inciso B?

F. Explica por qué podemos decir que el movimiento en los intervalos de 0.01 segundos es casi uniforme.

Definición de velocidad instantánea.

Con base en los experimentos y el análisis que hemos hecho hasta el momento, vamos a introducir ahora un nuevo concepto: ***velocidad en un instante****. Si queremos saber la velocidad en un cierto instante particular, lo que tenemos que hacer es fijarnos en un intervalo muy pequeño que contenga a ese instante. Es conveniente que el instante de interés se encuentre en la mitad del intervalo pequeño. Primero tenemos que asegurarnos de que el intervalo sea suficientemente pequeño para que el movimiento sea casi uniforme. Entonces medimos Δx, medimos Δt y dividimos. El número obtenido de esta forma se le llama* ***velocidad instantánea*** *en el instante de interés. Se le va representar con el símbolo* ***v****. A la magnitud de la velocidad instantánea se le llama rapidez instantánea. De aquí en adelante, los términos* ***velocidad*** *y* ***rapidez*** *se deben de entender siempre como* ***velocidad instantánea*** *y* ***rapidez instantánea****, respectivamente.*

Interpretación de la velocidad instantánea

Recuerda que para intervalos menores de un segundo para un movimiento uniforme una velocidad de 400 m/s tendría la siguiente interpretación: el objeto recorrería 400 m ***si*** *continuara moviéndose de igual manera durante todo un segundo. En el caso de la velocidad instantánea tenemos una interpretación similar, pero ahora hay otro* ***si*** *involucrado.*

Supón que obtenemos 45 cm/s para $\Delta x/\Delta t$ en un intervalo pequeño. Hacemos la interpretación de que el objeto recorrería 45 cm ***si*** *continuara moviéndose con la misma velocidad (sin ir más lento o más rápido) y* ***si*** *el movimiento continuara de esa manera durante todo un segundo.*

¿Qué tan pequeño debe ser un intervalo?

¿Qué tan pequeños deben ser nuestros intervalos? ¿Qué tan casi uniforme es adecuado para nuestra definición de velocidad instantánea? Estas cosas son sorprendentemente sutiles. Para hacer un buen trabajo al responderlas se requeriría una larga digresión dentro de las matemáticas de los límites. Ya que usualmente este tema se cubre en los cursos de Cálculo, no daremos una presentación cuidadosa aquí.

Recuerda, el intervalo debe ser suficientemente pequeño como para que el movimiento sea casi uniforme. El criterio de uniformidad puede ser diferente según las circunstancias. En cierto caso para una cinta hecha con el contador de tiempo, podríamos quedar satisfechos si los *espacios entre los puntos fueran iguales dentro de un 10%. En otro caso, quizá nos gustaría que el movimiento fuera tan casi uniforme que no viéramos ninguna diferencia en el espacio entre puntos a simple vista. En otra ocasión, podríamos necesitar que la distancia entre los puntos sea la misma dentro de la incertidumbre de nuestros aparatos de medición.*

Ejercicio 3.4

Supón que estamos observando un intervalo del movimiento que es casi uniforme. Ahora supón que observamos un pequeño segmento de este intervalo, por ejemplo la décima parte. ¿Esperarías que el movimiento en este pequeño intervalo fuera casi uniforme también? ¿Esperarías que el movimiento fuera más o menos uniforme en el intervalo más pequeño? Explica tu razonamiento.

Uso de la velocidad instantánea para comparar velocidades

En el siguiente ejercicio, usaremos el concepto de velocidad instantánea para ayudarnos a reconocer cómo comparar la rapidez de dos objetos. Para poder aplicar el concepto de velocidad instantánea, debemos de centrar nuestra atención en pequeños intervalos del movimiento. El movimiento debe ser considerado parte por parte en lugar de todo junto.

Ejercicio 3.5

A. Un objeto más rápido que otro.

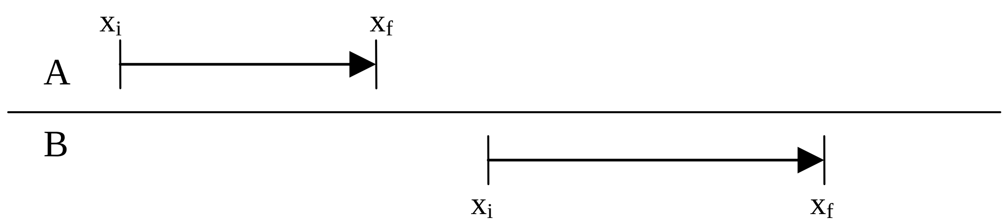
Supón que en un instante dado un objeto se mueve más rápido que otro. El número obtenido para la rapidez instantánea del objeto más rápido será más grande que el de la rapidez instantánea para el objeto más lento. (Las afirmaciones acerca de la rapidez instantánea siempre se aplican a un sólo instante ya que las cosas pueden ser completamente diferentes para otro momento.)

Ejemplo: El objeto B va más rápido que el objeto A.

Pensemos en un pequeño intervalo de tiempo y observemos qué le sucede a cada objeto durante este intervalo de tiempo. Supón que el objeto A tiene una velocidad instantánea de 200 cm/s y que el objeto B tiene una velocidad instantánea de 300 cm/s en el tiempo en que los estamos comparando. Supón que B se encuentra adelante del objeto A en este momento.

¿Qué tan lejos se mueve cada objeto en un intervalo de 0.01 segundos?

Si realizamos un diagrama similar a los de la sección 2, tendremos que:



¿Cómo puedes decir a partir de este diagrama que el objeto B va más rápido?

Mide la distancia entre el objeto A y el objeto B al principio del intervalo y hazlo de nuevo al final del intervalo. ¿Cómo cambió la distancia entre los dos objetos?

Dibuja un diagrama similar para el caso en el cual el objeto más rápido está detrás del más lento.

¿Cómo cambia la distancia entre los objetos en este caso?

B. *Dos objetos con la misma velocidad*

Ahora supón que dos objetos tienen la misma velocidad; esto es, tienen la misma velocidad instantánea en un momento particular. Supón que uno de los objetos está delante del otro.

Realiza un diagrama como en la parte A para ilustrar la situación.

¿Cómo se ve la igualdad en las velocidades instantáneas en el diagrama?

¿Cómo cambia la distancia entre los dos objetos en este caso?

C. *Un objeto rebasando a otro*

Considera dos objetos viajando en la misma dirección. Analizaremos el rebase en dos etapas: justo antes de rebasar y justo después.

Primero, observa la situación antes de rebasar, esto es, fíjate en un intervalo en el cual los objetos estén juntos uno al lado del otro al final del intervalo. Supón que el objeto B está rebasando al objeto A. Esto quiere decir que, justo antes de rebasar, el objeto B estaba detrás del objeto A.

Dibuja un diagrama indicando la posición del objeto A y del objeto B en el principio y al final del intervalo, como lo hiciste en los incisos A y B.

¿Cuál de los objetos viaja más lejos en el intervalo de tiempo?

¿Cuál de los objetos tiene una velocidad instantánea mayor?

Ahora observa un intervalo de tiempo que empieza con un objeto al lado del otro. Este intervalo empieza al mismo tiempo que el intervalo anterior termina.

Si el objeto B está rebasando al objeto A, ¿cuál de ellos estará adelante al final del intervalo?

¿Cuál de los objetos tiene una mayor velocidad instantánea?

Ilustra el movimiento en este intervalo en un diagrama.

Si un objeto rebasa a otro, ¿es posible que tengan la misma velocidad instantánea en ese instante?

¿Es posible para dos objetos estar juntos y tener la misma velocidad instantánea? Ilustra tu respuesta con un diagrama.

✓ Verifica tus respuestas con el profesor o la profesora.

Experimento 3.6

Pídele al profesor o la profesora que realice la demostración. Aplica el concepto de velocidad instantánea a la demostración.

Ejercicio 3.7

Da una definición operacional de la velocidad instantánea usando tus propias palabras.

Ejercicio 3.8

Considera la siguiente afirmación hecha por un estudiante:

> "$\Delta x/\Delta t$ nos da la velocidad para un intervalo. Para encontrar la velocidad en un instante, divide la posición en ese instante por el tiempo en ese instante: $v=x/t$."

¿Esta afirmación expresa las mismas ideas que las expresadas en el texto anterior o expresa ideas diferentes? ¿$v = x/t$ es un enunciado matemático preciso para definir la velocidad instantánea? Explica.

Problema ejemplo

El trigo se exporta a diferentes países. La Razón o tasa de exportación de trigo de un país indica qué tan rápido sale el trigo de ese país. Una definición operacional de la razón de exportación del trigo es:

$$\frac{\text{Masa del trigo exportada durante un periodo de tiempo}}{\text{Ese periodo de tiempo}}$$

Esta razón varía a lo largo del año y año tras año. Haz una analogía matemática entre la razón de exportación y la velocidad. Menciona qué corresponde a la velocidad instantánea, qué al desplazamiento y qué a la duración.

Ejemplo de solución

La razón de exportación de trigo corresponde a la velocidad instantánea. Ambas son razones (números obtenidos por medio de una división). Ambas cantidades no son necesariamente constantes. Para calcularlas, debemos considerar intervalos suficientemente pequeños de tal manera que la razón sea casi constante. (No podemos calcular la razón de exportación usando un intervalo como un año si queremos información acerca de las tasas altas y bajas durante el año.)

La cantidad de trigo exportado en un intervalo corresponde al desplazamiento. Ambos están en el numerador de la razón.

La duración del movimiento corresponde a la duración de la exportación de trigo. La duración se encuentra en el denominador de ambas razones.

Ejercicio 3.9

Una observación que se hace comúnmente durante un examen médico es la razón del pulso del paciente antes, durante y después de un ejercicio vigoroso.

A. ¿Cómo esperas que la razón del pulso varíe en dicha observación?

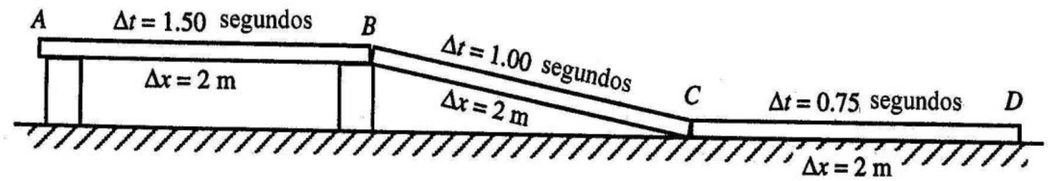
B. Da una definición operacional de la razón del pulso. Tu definición debe funcionar cuando el tiempo de medición es igual a cualquier duración corta y no para una cantidad específica de tiempo como un minuto o 10 segundos.

C. Haz una analogía matemática entre la razón del pulso y la velocidad. Identifica qué corresponde a la velocidad instantánea, al desplazamiento y a la duración y di en qué se parecen las cantidades correspondientes.

4. Velocidad variable

Ejercicio 4.1

Un balín rueda del punto A al punto D sobre los rieles que se muestran abajo. El largo de cada riel y el tiempo en que el balín recorre cada sección se encuentra indicado.



Considera la siguiente afirmación realizada por un estudiante:

> "Si quiero obtener la velocidad del balín en un segmento de riel, sólo tomo ese Δx y lo divido entre el Δt correspondiente. La velocidad es justo $\Delta x/\Delta t$."

A. ¿Estás de acuerdo con el enunciado de arriba cuando se aplica al primer segmento de riel AB? Explica tu razonamiento.

Calcula la cantidad $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ para el primer segmento de riel.

¿Representa esa cantidad la velocidad del balín al principio del primer riel? ¿Representa esa cantidad la velocidad del balín al final del primer riel? Explica.

B. ¿Estás de acuerdo con el enunciado de arriba cuando se aplica al segundo segmento de riel BC? Explica tu razonamiento.

Calcula la cantidad $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ para el segundo segmento de riel.

¿Representa esa cantidad la velocidad del balín al principio del segundo riel? ¿Representa esa cantidad la velocidad del balín al final del segundo riel? Explica.

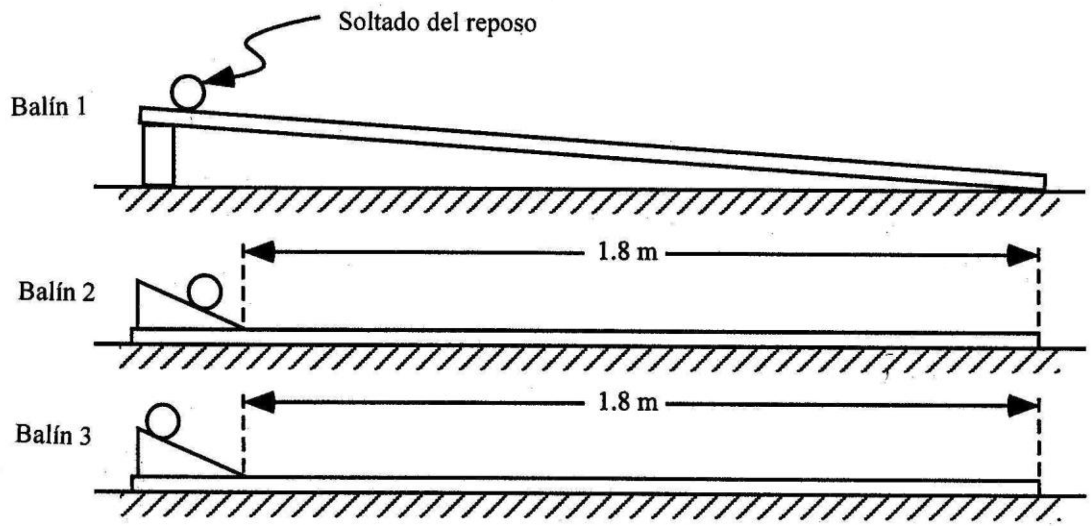
C. ¿Estás de acuerdo con el enunciado de arriba cuando se aplica al tercer segmento de riel CD? Explica tu razonamiento.

Calcula la cantidad $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ para el tercer segmento de riel.

¿Representa esa cantidad la velocidad del balín al principio del tercer riel? ¿Representa esa cantidad la velocidad del balín al final del tercer segmento? Explica.

Ejercicio 4.2

Algunos estudiantes realizan un experimento que involucra tres balines y tres rieles. El primer riel se encuentra inclinado como se muestra. El segundo y tercer riel han sido arreglados para obtener movimiento uniforme. Los balines en el segundo y tercer riel se dejan caer desde marcas específicas en las rampas de lanzamiento para que los movimientos puedan reproducirse las veces que sea necesario.



Los estudiantes colectaron los siguientes datos:

Al balín 2 le toma 2.3 segundos recorrer 1.8m.

Al balín 3 le toma 1.5 segundos recorrer 1.8m.

El balín 1 y el balín 2 tienen la misma rapidez 0.8 segundos después de que balín 1 es soltado.

El balín 1 y el balín 3 tienen la misma rapidez 1.2 segundos después de que balín 1 es soltado.

A. Encuentra la rapidez del balín 1 en el tiempo 0.8 segundos después de soltarlo y también en el tiempo 1.2 segundos después de soltarlo. Explica tu razonamiento.

B. Supón que los estudiantes quieren conocer los tiempos en los cuales el balín 1 tenía otros valores de rapidez también. Describe con detalle un experimento que pudieran realizar los estudiantes para determinar la rapidez del balín 1 en otros instantes.

✓ Verifica tus respuestas con el profesor o la profesora**.**

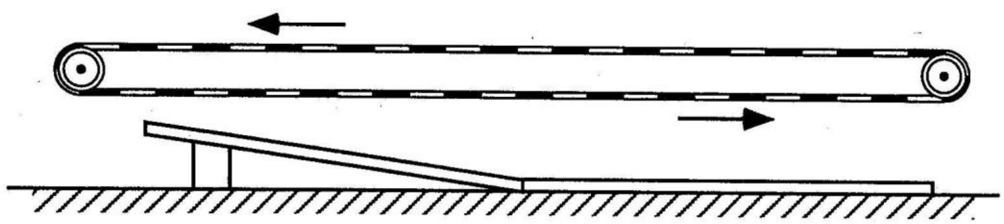
La rapidez de un balín que rueda por un plano inclinado está cambiando continuamente por lo que no podemos aplicar directamente nuestra definición operacional de velocidad. Sin embargo, podemos encontrar la rapidez del balín en un instante comparando su movimiento con el de un objeto que se esté moviendo con rapidez uniforme. (Observa el experimento anterior y el Experimento 2.10). En el siguiente experimento, usamos una banda moviéndose uniformemente para investigar cómo cambia la rapidez de un balín en un plano inclinado.

Experimento 4.3

Obtén dos poleas, un motor y una cuerda larga o una banda marcada alternadamente con franjas claras y oscuras. El motor debe hacer que la banda se mueva con distintos valores de rapidez constante.

La banda proporciona una rapidez constante que puedes comparar con el movimiento del balín rodando en un riel. Observando simultáneamente el balín y la banda, puedes identificar el instante en el cual los dos tienen la misma rapidez.

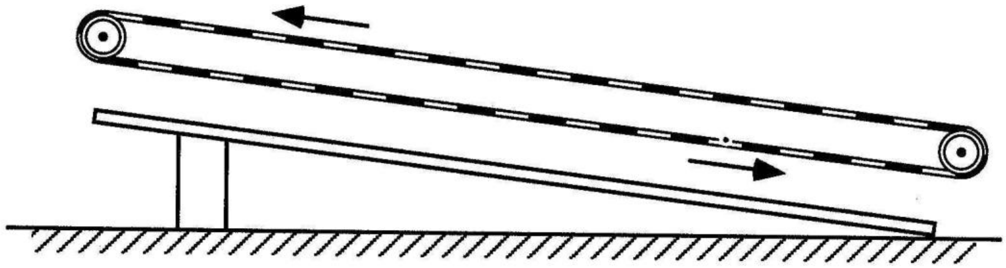
A. Acomoda la banda de tal manera que se mueva paralela a la mesa. Pon rieles cerca de la banda, como se muestra, de tal manera que la primera mitad del trayecto esté inclinado hacia abajo y la segunda mitad esté nivelada.



Haz funcionar la banda con una rapidez intermedia. Suelta el balín desde varios lugares en la sección inclinada.

¿En qué lugar del riel inclinado puedes soltar el balín de tal manera que cuando llegue a la parte nivelada tenga la misma rapidez que la banda?
Muéstrale al profesor este movimiento antes de continuar.

B. Arregla los rieles de manera que formen un plano inclinado continuo que tenga entre 2.5 y 3 metros de largo. Inclina la banda como se muestra a continuación.



Haz funcionar la banda con una rapidez baja. Suelta el balín del reposo y mide cuánto tiempo se requiere para que el balín alcance la rapidez de la banda.

Repite este experimento desde la parte más alta del riel, desde la mitad del riel y desde cerca del extremo más bajo del riel.

¿Qué puedes concluir de estas mediciones?

C. En esta parte del experimento, encontraremos la rapidez del balín en distintos instantes durante el movimiento. Ya que la rapidez está cambiando, es difícil hacer una medida directa de la rapidez en un instante. Podemos, sin embargo, determinar el instante en el que el balín tiene la misma rapidez que la banda. Entonces, podemos hacer una medición aparte para encontrar la rapidez de la banda. Podemos decir entonces que: "el balín tenía una velocidad v =___ al t =___." El uso de la banda es un método indirecto para encontrar la rapidez del balín en un instante particular.

1) Antes de tomar mediciones, revisa la inclinación del riel. El balín debe alcanzar la rapidez más alta de la banda casi al término del riel. Cambia el ángulo del riel si es necesario.

2) Ajusta el motor en la rapidez más baja. Suelta el balín desde el reposo de la parte más alta del riel y mide el tiempo que le toma al balín alcanzar la rapidez de la banda. La persona que suelte el balín debe iniciar el cronómetro al mismo tiempo. También mide la rapidez de la banda.

   Nota: Al cambiar la rapidez de la banda es posible que no puedas volver a obtener exactamente la misma rapidez. Por lo tanto, *todas* las mediciones requeridas deben hacerse antes de cambiar la rapidez de la banda.

3) Repite la parte 2 de arriba al menos para otros tres valores de rapidez de la banda.

   ¿Es necesario soltar el balín del mismo lugar del riel cada vez? Explica tu razonamiento.

Después de completar tus mediciones, debes saber en qué momento el balín tuvo cada uno de los distintos valores de rapidez de la banda en su recorrido hacia abajo. Esta información es una especie de historia del movimiento del balín.

D. Haz una gráfica de velocidad contra el tiempo para el movimiento del balín.

¿Qué te dice un sólo punto de la gráfica?

¿Es el origen (0,0) un punto que corresponde a datos reales y observados? Explica tu razonamiento. ¿El origen debería estar incluido en la gráfica?

¿Qué se puede concluir del movimiento a partir de lo recto de la gráfica?

Calcula e interpreta la pendiente de la gráfica.

✓ Discute este experimento con el profesor o con la profesora.

5. Aceleración

Ejercicio 5.1

Un automóvil viaja a una velocidad constante de 30 km/h hasta las 3:50:00 y entonces empieza a aumentar su rapidez como se muestra en la gráfica de abajo. El conductor se da cuenta de que le toma 3 segundos aumentar su rapidez de 30 km/h a 80 km/h.

Al contestar las siguientes preguntas, explica tu razonamiento.

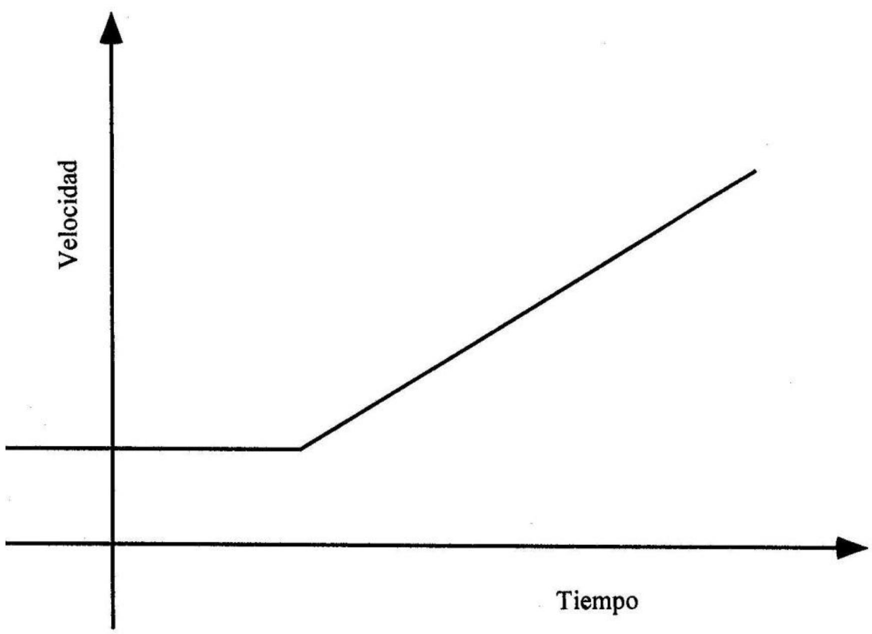
A. ¿En qué momento el carro tiene una velocidad de 120 km/h?

B. ¿Qué tan rápido va el carro a las 3:50:02?

C. ¿Podrías determinar qué tanto viajó el carro entre las 3:49:55 y las 3:50:00?

D. ¿Podrías determinar qué tanto viajó el carro entre las 3:50:00 y las 3:50:05?

E. Calcula la pendiente de la sección inclinada de la gráfica de abajo.



Al número calculado para la pendiente de la gráfica en el Ejercicio 1 se le llama ***aceleración****. De manera similar, la pendiente de la gráfica en el Experimento 4.3 es la aceleración del balín rodando hacia abajo por el riel. Estos dos movimientos tienen la característica de que la velocidad cambió la misma cantidad en intervalos de tiempo iguales. Cuando el movimiento de un objeto tiene esta característica, decimos que el objeto tiene una* ***aceleración constante****.*

En este caso, el cambio total en la velocidad se reparte por igual entre todos los intervalos de tiempo iguales. Por lo tanto, podemos interpretar al número $\Delta v/\Delta t$ como el ***cambio*** *en la velocidad que tiene lugar en cada unidad de tiempo. El número, $\Delta v/\Delta t$, lleva por nombre* ***aceleración*** *y se le representa por el símbolo* ***a****.*

Simbólicamente, $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ ***, si la aceleración es constante.***

En esta sección, sólo trataremos situaciones en donde la aceleración es constante. Aceleración puede significar aumentar o disminuir la rapidez: esto aplica a cualquier cambio en la velocidad.

Problema ejemplo

Supón que un objeto aumenta su rapidez con aceleración constante. En t=0, el objeto tiene una velocidad de 7.4 km/h. En t=90 segundos, la velocidad es de 13.2 km/h.

A. ¿Cuál es la aceleración?

B. ¿Cuál es la velocidad en t=15 minutos?

Ejemplo de solución

A. De t=0 a t=90 segundos, el cambio en la velocidad es de 13.2-7.4=5.8 km/h. La duración de este intervalo es de 90 segundos. La aceleración es el cambio de la velocidad, Δv, dividido entre la duración del intervalo, Δt, entonces la aceleración es 5.8 km/h /90 segundos = 0.064 km/h/s.

B. Ya que la aceleración es constante, el cambio de la velocidad es de 0.064 km/h en cada segundo. De t=0 a t=15 minutos, pasan 900 segundos. Entonces, necesitamos sumar 0.064 km/h 900 veces, una por cada segundo, para poder encontrar el cambio total de la velocidad de t=0 a t=15 minutos.

   Esta suma puede hacerse rápidamente si multiplicamos
   900 x 0.064, lo que nos da 57.6 km/h. Este es el cambio de la velocidad de t=0 a t=15 minutos. La velocidad en t=0 es de 7.4 km/h, por lo que la velocidad en t=15 minutos debe ser 7.4+57.6=65 km/h.

Ejercicio 5.2

Considera la siguiente situación: un barco aumenta su rapidez con aceleración constante. El barco aumenta su rapidez de 16 km/h a 35 km/h en 3 segundos. Un estudiante que está analizando este movimiento resta 35-16 y obtiene 19.

¿Cómo interpretas el número 19?

Ejercicio 5.3

Un objeto moviéndose con aceleración constante tiene una velocidad de 6 km/h en t=0 y una velocidad de 30 km/h en t=6 segundos

Encuentra la velocidad en t=4 segundos. Explica tu razonamiento. No utilices álgebra. (Esto es, no bases tu respuesta solamente en una fórmula algebraica).

Ejercicio 5.4

Un objeto tiene una aceleración constante de 50 km/h/s. Después de acelerar por un cierto tiempo *T*, su velocidad es 160 km/h. (Nota: *T* es una duración.) Escribe una expresión algebraica para la velocidad inicial en términos de *T*.

En nuestros primeros ejemplos de aceleración, hemos trabajado con velocidades expresadas en kilómetros por cada hora (km/h) para hacer más fácil la interpretación del número obtenido para la aceleración. Pero en las ciencias, casi siempre se usan las unidades del sistema métrico. Una aceleración de 5 km/h por cada segundo equivaldría a 1.4 m/s por cada segundo en el sistema métrico ya que 5 km/h es 1.4 m/s. Esta aceleración se puede escribir como 1.4 m/s/s, y se lee "1.4 metros por cada segundo por cada segundo." En la práctica, esto se escribe normalmente como 1.4 m/s^2*, leyéndose "1.4 metros por cada segundo al cuadrado." Un segundo cuadrado no tiene explicación física;* m/s^2 *es sólo una manera de abreviar m/s/s.*

Es importante darse cuenta que los dos **segundos** *en m/s/s juegan papeles diferentes. El* segundo *en m/s está ahí como parte de las unidades de velocidad (como hora es parte de km/h). El otro segundo es la unidad de tiempo que utilizamos para decir cómo cambió la velocidad en una unidad de tiempo.*

Ejercicio 5.5

Un automóvil aumenta su rapidez con una aceleración constante. Si el automóvil aumenta su velocidad de 10 m/s a 34 m/s en 5 segundos, ¿en cuánto tiempo el automóvil alcanzará la rapidez de 53 m/s? Explica tu razonamiento. No utilices álgebra.

Ejercicio 5.6

Menciona lo que está mal en cada una de las siguientes afirmaciones.

A. "La aceleración nos dice que tan rápido se mueve un objeto por cada segundo."

B. "La aceleración nos dice qué tanto aumenta la velocidad."

Parte C: Representaciones gráficas del movimiento

En la parte A y B de Cinemática, hemos desarrollado los conceptos de posición, desplazamiento, velocidad y aceleración. En la parte C, examinaremos cómo representar el movimiento gráficamente y cómo interpretar las gráficas de movimiento.

6. Movimiento y gráficas

Ejercicio 6.1

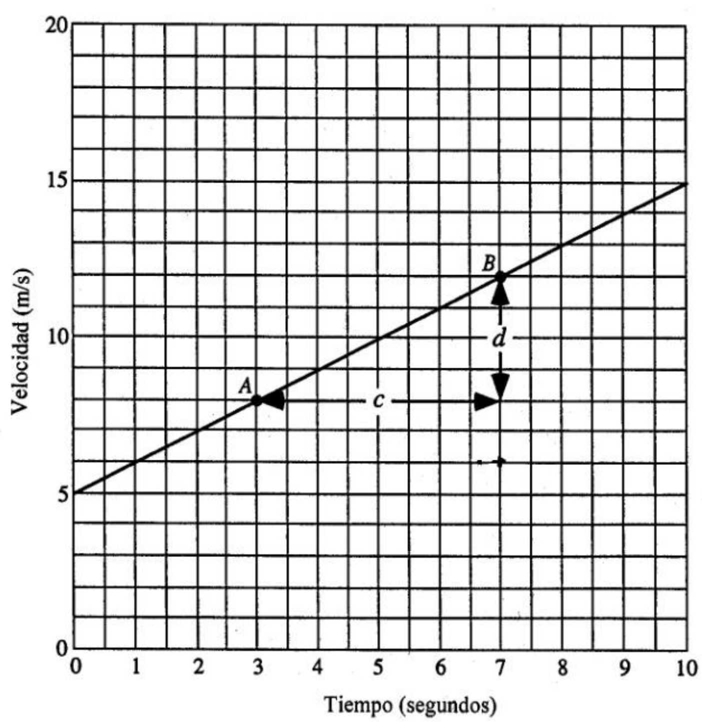
Responde a las siguientes preguntas acerca de la gráfica de velocidad contra tiempo que se encuentra abajo. Explica tu razonamiento en cada caso.

A. ¿Qué nos dice el punto A acerca del movimiento?

B. Da una interpretación de la distancia etiquetada con la letra c.

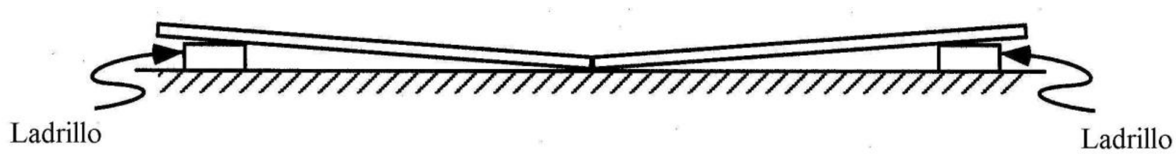
C. Da una interpretación de la distancia etiquetada con la letra d.

D. Da una interpretación de la razón d/c.



Experimento 6.2

Coloca dos tablas como se muestra y consigue un “carrito de carreras” y un contador de tiempo.



A. Sin utilizar el contador de tiempo, suelta el carrito desde la parte más alta de una de las tablas y deja que se mueva hasta que se empiece a rodar de regreso.

    ¿Cómo crees que cambia la velocidad instantánea a lo largo del movimiento? Responde pensando en lo que pasa durante pequeños intervalos de movimiento.

B. Haz un registro del movimiento con el contador de tiempo. Divide tu cinta en intervalos de 0.1 segundos. ¿El movimiento es casi uniforme en cada intervalo?

C. Revisa la definición de posición en la Sección 2. Haz una gráfica de posición contra tiempo (*x vs t*) para este movimiento. Grafica puntos cada 0.1 segundos.

    Identifica la parte de la gráfica que corresponde al momento en que el carrito llega a la parte más baja. Explica tu razonamiento.

D. Haz una tabla de tiempos y sus correspondientes velocidades para el movimiento. Haz un registro cada 0.1 segundos.

    Cuando calculas la velocidad instantánea para un intervalo pequeño, debes de decidir qué instante describe. ¿Se debe asociar el valor de la velocidad instantánea con el tiempo al comienzo del intervalo, al final, o en algún tiempo intermedio? Explica tu razonamiento.

E. Realiza una gráfica de la velocidad instantánea contra el tiempo (*v vs t*) para este movimiento.

    ¿Cómo interpretas tu gráfica? Identifica diferentes segmentos de la gráfica con las partes correspondientes del movimiento real.

    Calcula las pendientes de las secciones rectas de tu gráfica. ¿Cómo interpretas estos números?

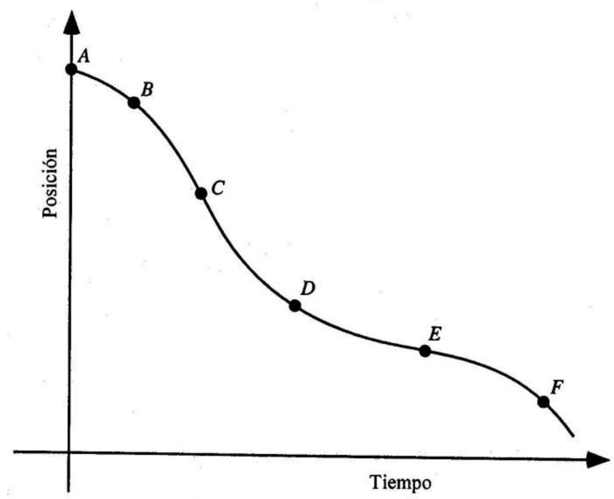
✓ Discute tus gráficas con el profesor o la profesora.

Interpretación cualitativa de gráficas curvas de posición contra tiempo.

Para gráficas rectas de posición contra tiempo, la velocidad del movimiento uniforme está dada por la pendiente de la gráfica. Esta relación entre la velocidad y la pendiente también se cumple para gráficas curvas como la del Experimento 6.2.

Problema ejemplo

Describe las variaciones de la rapidez del movimiento representada por la siguiente gráfica.



Ejemplo de solución

En el punto A, el primer instante del que sabemos algo, la gráfica tiene una pendiente hacia abajo o negativa. La velocidad inicial del objeto es por tanto negativa; esto es, el objeto se está moviendo en la dirección negativa.

En el punto B, la curva se vuelve más inclinada, por lo que el objeto se está moviendo cada vez más rápido.

En el punto C, la curva llega a su máximo grado de inclinación (más inclinada que en B o en D), así que la rapidez del objeto alcanza su valor máximo en este punto.

En el punto D, la curva empieza a estar menos inclinada o volverse más horizontal, por lo que el objeto se mueve más lento. Se sigue moviendo en la misma dirección (negativa).

En el punto E, la curva está más acostada que en cualquier otro instante, por lo que el movimiento es más lento en ese instante que en cualquier otro.

En el punto F, la curva se vuelve a inclinar, por lo que el objeto se mueve cada vez más rápido.

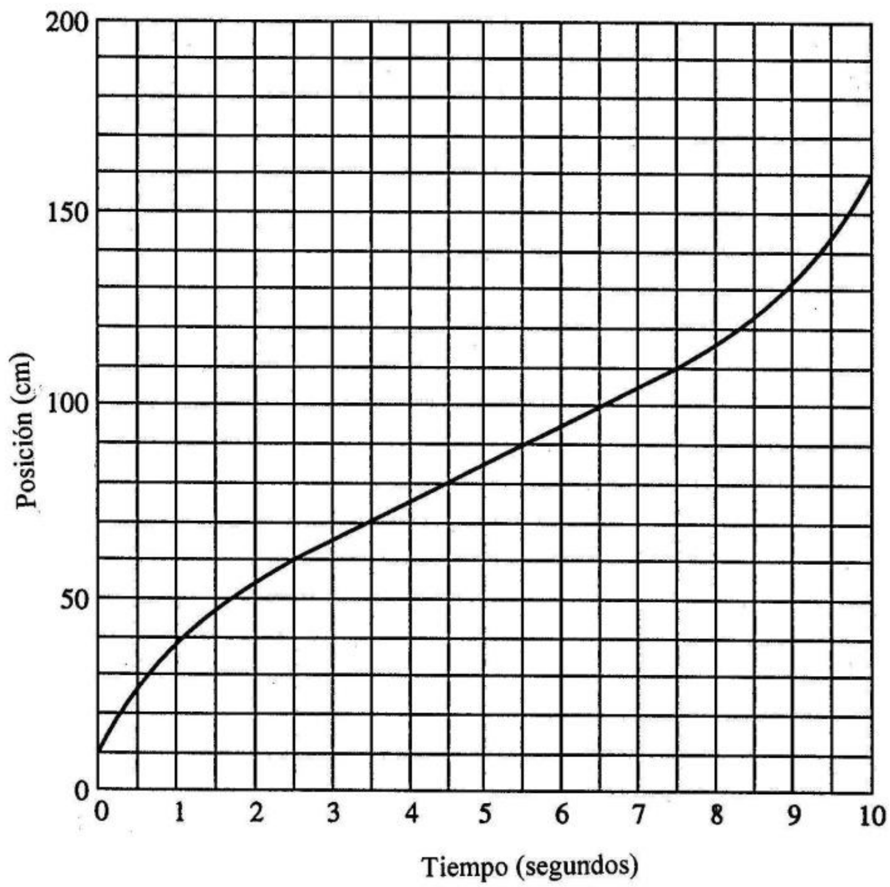
Ejercicio 6.3

Responde a las siguientes preguntas examinando cuidadosamente la gráfica de abajo. Explica tu razonamiento en cada caso.

A. Aproximadamente, ¿durante qué intervalo de tiempo (i.e., de t=? a t=?) la rapidez del objeto va aumentando?

B. Aproximadamente ¿durante qué intervalo de tiempo al rapidez del objeto va disminuyendo?

C. Aproximadamente ¿durante cuál intervalo de tiempo el objeto se mueve con una rapidez constante?

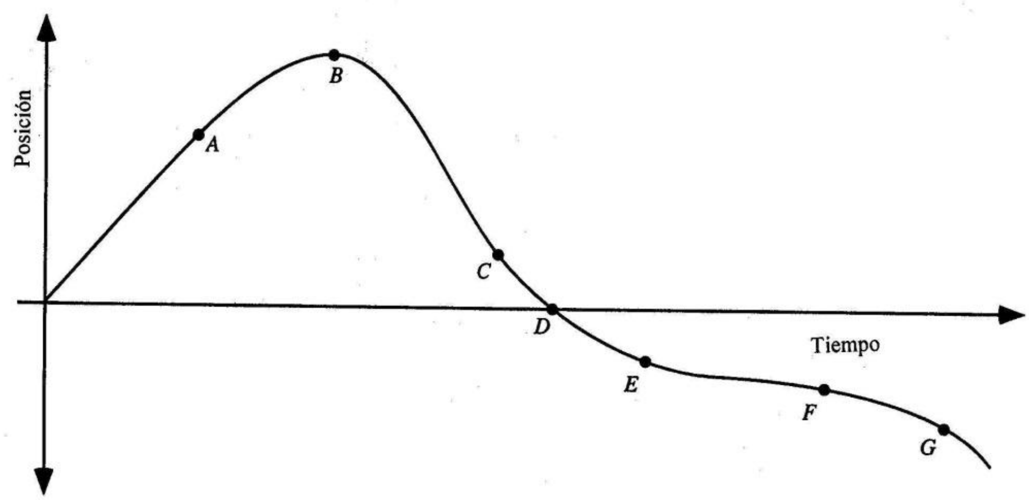


Ejercicio 6.4

¿En cuál de los puntos nombrados con letras de la siguiente gráfica

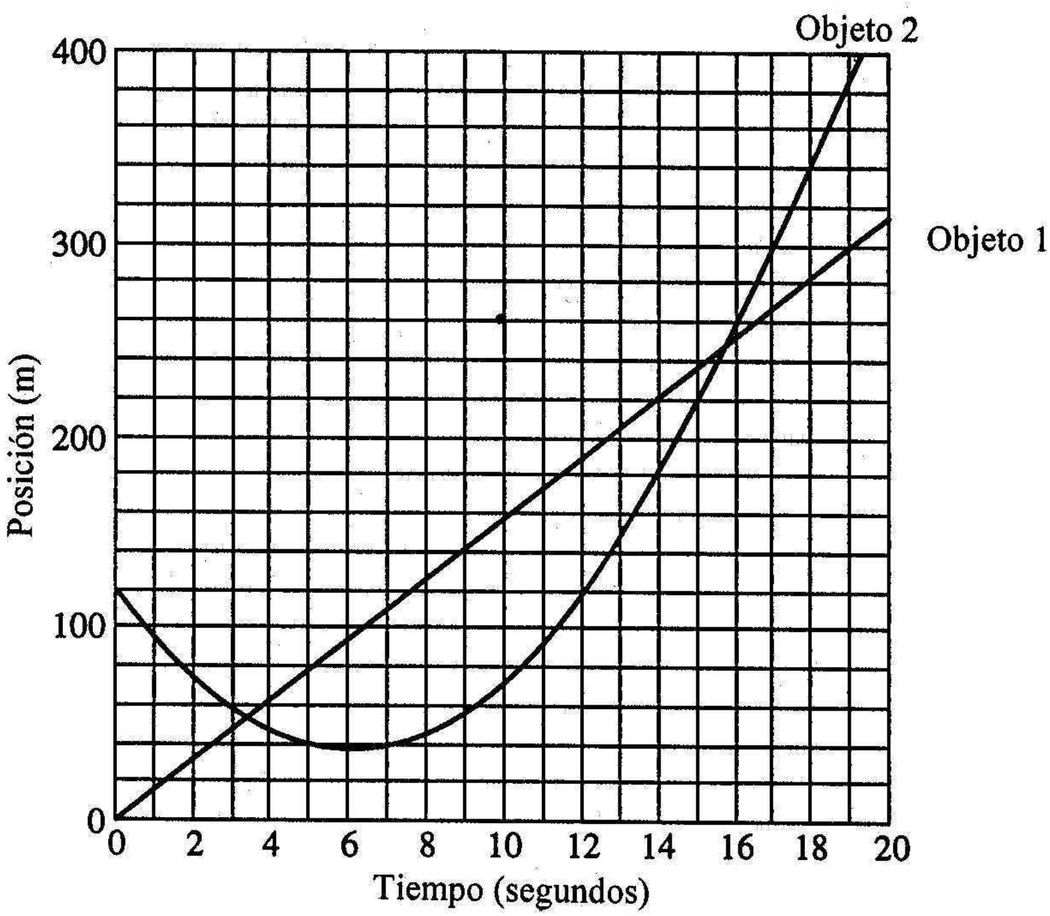
- el movimiento es más lento que en cualquier otro punto?
- el objeto se mueve cada vez más rápido?
- el objeto se mueve cada vez más lento?
- el objeto cambia de dirección?

Explica tu razonamiento en cada caso.



Ejercicio 6.5

Responde a las siguientes preguntas examinando cuidadosamente la gráfica de abajo. Explica tu razonamiento en cada caso.



A. Da el ejemplo de un tiempo en el cual la velocidad instantánea de uno de los objetos sea cero.

B. ¿Cuál de los objetos tiene mayor rapidez en t=13 seg?

C. ¿Cuál de los objetos tiene mayor rapidez en t=18 seg?

D. ¿En qué tiempo los objetos tienen la misma velocidad?

E. ¿Qué tan separados están los objetos cuando tienen la misma velocidad?

✓ Revisa tus razonamientos con el profesor o la profesora.

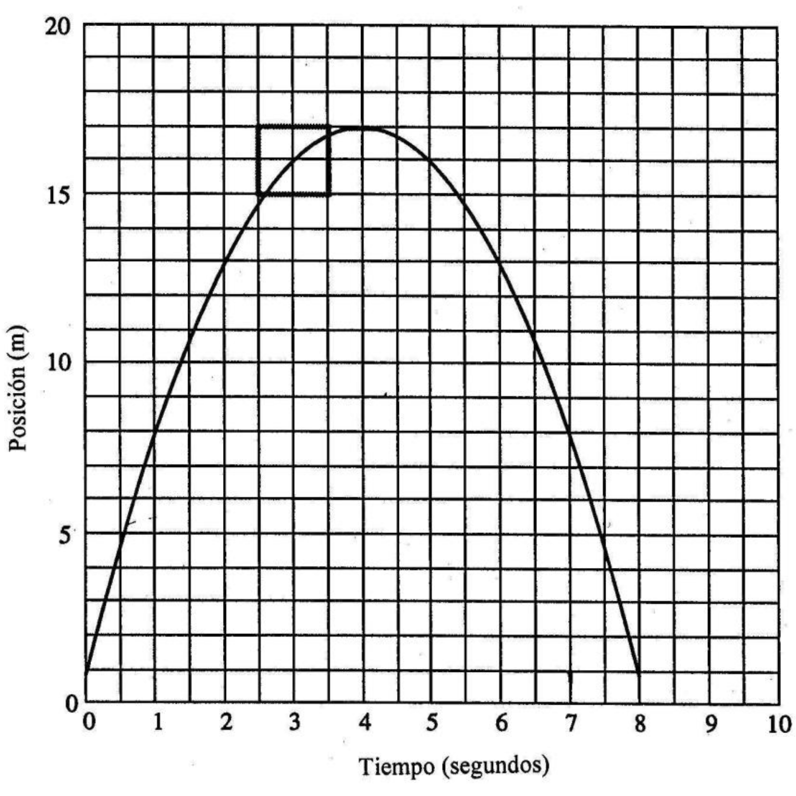
7. Gráficas curvas

Podemos aplicar muchas de las ideas desarrolladas para describir el movimiento no uniforme en la interpretación de gráficas curvas. Si una gráfica es curva, el incremento vertical no es el mismo por cada unidad de incremento horizontal. Por lo tanto, la razón ***(incremento vertical)/(incremento horizontal)*** *no tiene una interpretación simple.*
Esta situación es muy similar a la que enfrentamos en el movimiento no uniforme y los métodos que hemos utilizado también pueden ser usados aquí.

Ejercicio 7.1

A. A continuación se muestra una gráfica de posición versus tiempo de un movimiento no uniforme.

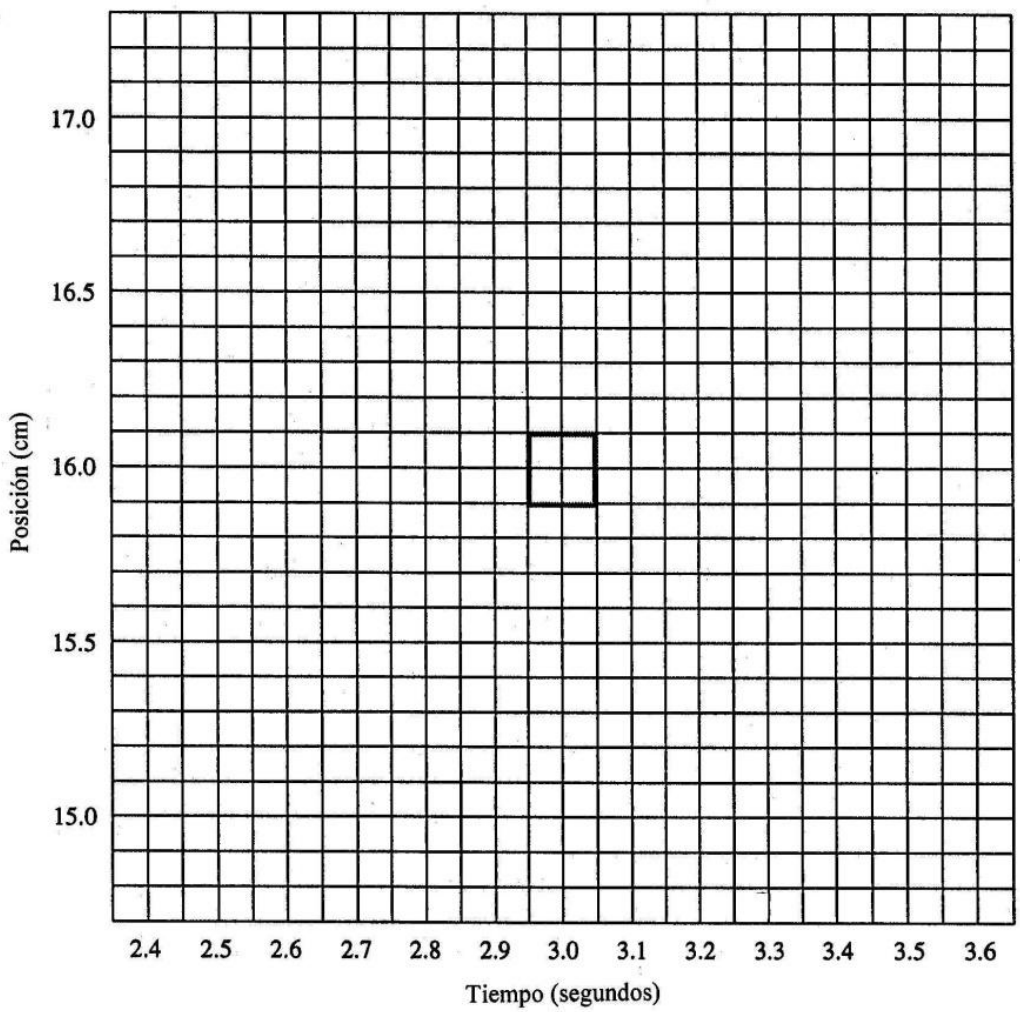
¿Describirías al movimiento en su conjunto (de t=0 a t=8 segundos) como casi uniforme o como definitivamente no uniforme? Explica tu razonamiento.



Analizamos la gráfica del inciso A en detalle alrededor de t=3 segundos y x=16 cm creando una amplificación de la sección cuadrada.

B. Considera únicamente la porción de la gráfica que va de t=2.5 segundos a t=3.5 segundos. Las coordenadas de posición y tiempo de los puntos para este intervalo se dan a continuación. Traza estos puntos en la gráfica prevista para crear una vista extendida de este pequeño intervalo.

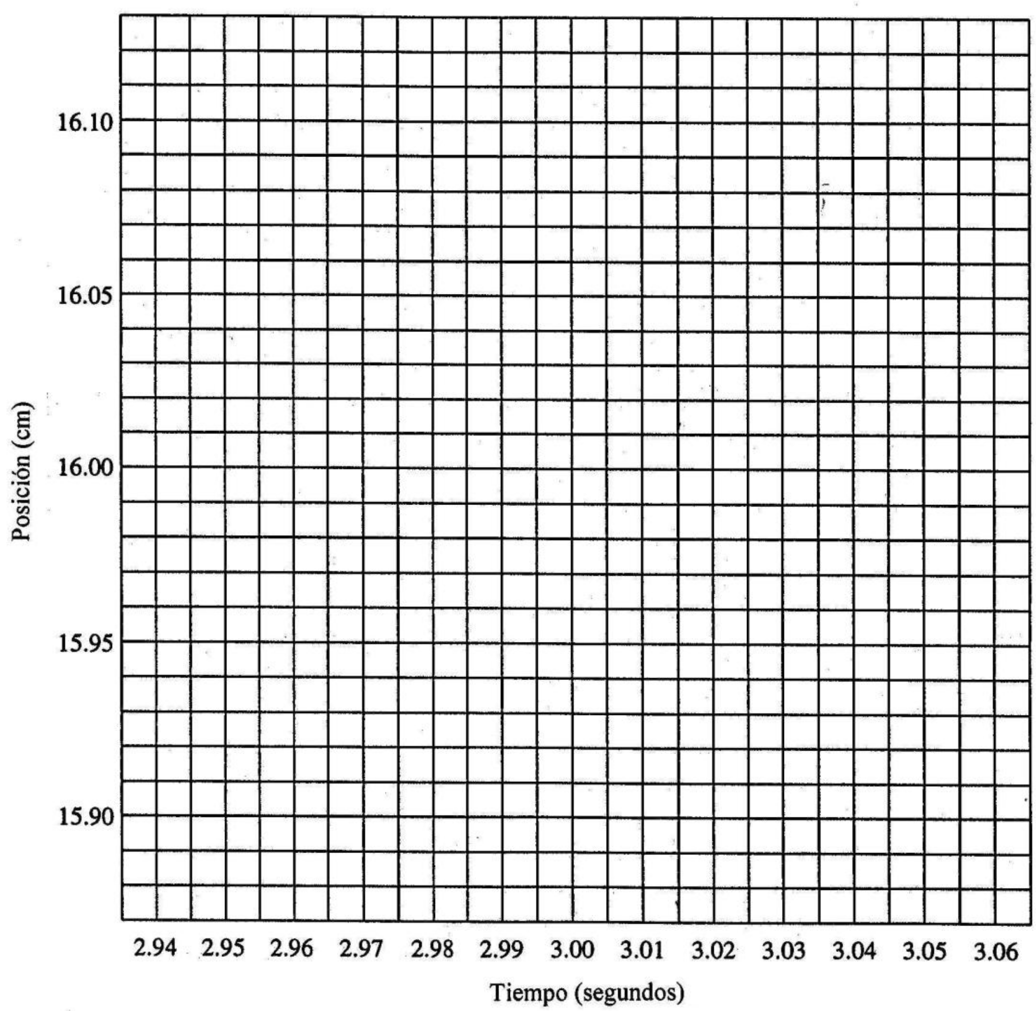
t (segundos)	x (cm)	t (segundos)	x (cm)
2.5	14.75	3.1	16.19
2.6	15.04	3.2	16.36
2.7	15.31	3.3	16.51
2.8	15.56	3.4	16.64
2.9	15.79	3.5	16.75
3.0	16.00		



Enseguida, ampliamos la sección de la gráfica que se encuentra dentro del pequeño cuadrado del centro.

C. A continuación se presentan las coordenadas de posición y tiempo para los puntos en el intervalo de t=2.95 segundos a t=3.05 segundos (la sección en el pequeño cuadro en el centro de la gráfica precedente). Traza estos puntos en la siguiente gráfica.

t (segundos)	x (cm)	t (segundos)	x (cm)
2.95	15.897	3.01	16.020
2.96	15.918	3.02	16.040
2.97	15.939	3.03	16.059
2.98	15.960	3.04	16.078
2.99	15.980	3.05	16.098
3.00	16.000		



Las tres gráficas son representaciones del mismo movimiento. ¿Por qué la última es mucho más recta?

- ✓ Discute este ejercicio con el profesor o la profesora.

Pendiente de una gráfica curva

Con las gráficas de líneas rectas descubrimos que la pendiente puede decirnos mucho sobre la situación física. Nos dice cómo los cambios en una cantidad están relacionados con los cambios en otra cantidad. Con una gráfica curva, esta relación siempre está variando y debe de ser determinada por separado para cada punto de interés.

Si queremos encontrar qué tanto está aumentando la gráfica por cada unidad de incremento horizontal en un punto en particular, debemos observar un pequeño intervalo que contenga dicho punto. Si el intervalo es lo suficientemente pequeño, la gráfica se comporta casi como la gráfica de una línea recta. Podemos encontrar, entonces, la pendiente como en una gráfica de línea recta: el incremento vertical dividido por el incremento horizontal. Al número obtenido de esta manera se le llama la ***pendiente en un punto*** *o solamente la* ***pendiente****. Obviamente, este número sólo es válido en este pequeño intervalo.*

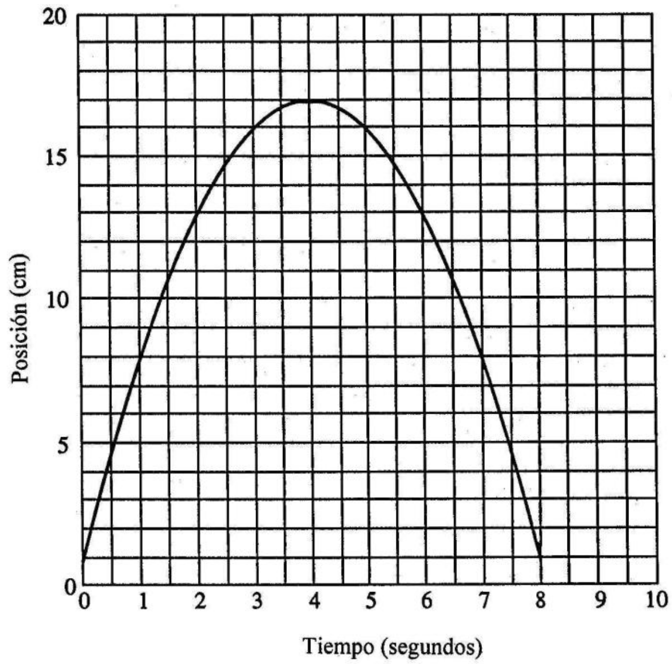
Encontrando la pendiente de una gráfica curva: tangentes

Recuerda que para la velocidad instantánea hicimos la siguiente interpretación: este número nos dice que tan lejos llegaría el objeto si viajara con la misma rapidez (sin aumentarla o disminuirla) y si el movimiento continuara de esa manera durante toda una unidad de tiempo. Se puede hacer una interpretación parecida para la pendiente de una gráfica curva. De hecho, la interpretación puede ser más fácil en el caso de las gráficas ya que podemos ilustrarla dibujando una línea en la gráfica.

Interpretamos la pendiente como el incremento vertical por cada unidad de incremento horizontal que la gráfica tendría si no se curvara más y se mantuviera como una línea recta. A esta línea recta imaginaria se le ***llama tangente a la gráfica*** *en el punto de interés. Para dibujar la tangente, imaginamos estar observando un intervalo muy pequeño alrededor del punto de interés. Esta pequeña sección de la gráfica será casi una recta. Entonces, extendemos esta línea recta en ambas direcciones para formar la tangente.*

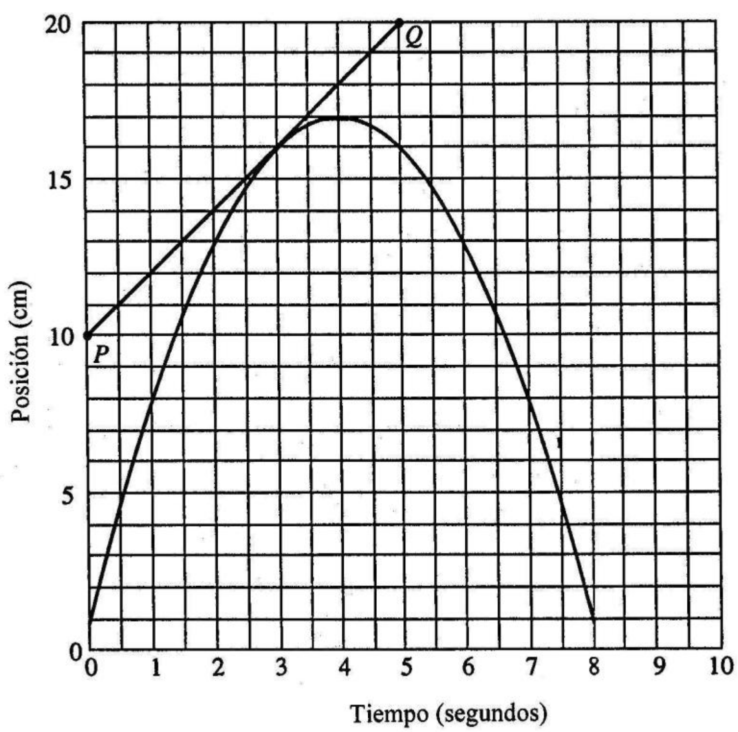
Problema ejemplo

Encuentra la pendiente de la siguiente gráfica en t=3 segundos.



Ejemplo de solución

Primero dibuja la tangente en t=3 segundos, como se muestra.



Podemos ahora evaluar la pendiente de la gráfica en t=3 segundos calculando la pendiente de la tangente, que es justo la extensión de la línea casi recta en un pequeño intervalo alrededor del punto t=3 segundos. Entonces, podemos encontrar la pendiente de la tangente usando cualesquiera dos puntos en ella. Escoger dos puntos lejanos entre sí minimiza los errores debido a la lectura de la gráfica. Usando los puntos P y Q, obtenemos (20-10)/(5-0)=2 cm/s para la pendiente en t=3 segundos. Este número es la velocidad instantánea en t=3 segundos.

La pendiente de una gráfica[1] de posición versus tiempo en un instante da la velocidad instantánea en ese instante.

Ejercicio 7.2

Calcula la pendiente de las tres últimas gráficas del Ejercicio 7.1. ¿Por qué es esta gráfica relevante para el problema ejemplo anterior? ¿Cómo se comparan las pendientes?

Calcula siempre la pendiente de una gráfica curva dibujando la tangente, extendiéndola una gran distancia hacia ambos lados del punto de la gráfica y escogiendo dos puntos en la tangente que estén alejados entre sí. Es una mala práctica evaluar la pendiente de una gráfica escogiendo dos puntos muy cercanos entre sí, ya que los errores al leer la gráfica pueden hacer que el número obtenido no tenga prácticamente sentido. Dibujar tangentes es una habilidad que lleva cierto tiempo para desarrollarse. Verifica algunas de tus primeras tangentes con el profesor.

Trazando una gráfica de *v versus t* dada una gráfica de *x versus t*

Es posible trazar una gráfica de v versus t de un movimiento a partir de la información disponible de una gráfica x versus t. La cantidad Δx/Δt para un pequeño intervalo es ***al mismo tiempo*** *la pendiente de la gráfica x versus t y la velocidad instantánea del objeto. Por lo tanto, podemos encontrar la velocidad para cualquier tiempo dado encontrando la pendiente de la gráfica x versus t para ese mismo tiempo.*

[1] Cuando decimos la "pendiente de la gráfica" nos referimos a la *pendiente de la recta tangente a la gráfica* en ese punto.

Ejercicio 7.3

A. Construye la gráfica *v versus t* para el movimiento representado en la siguiente gráfica. *¡Usa papel milimétrico!* Dibuja puntos cada un segundo.

B. Para ambas gráficas, identifica las partes que corresponden a un aumento de rapidez.

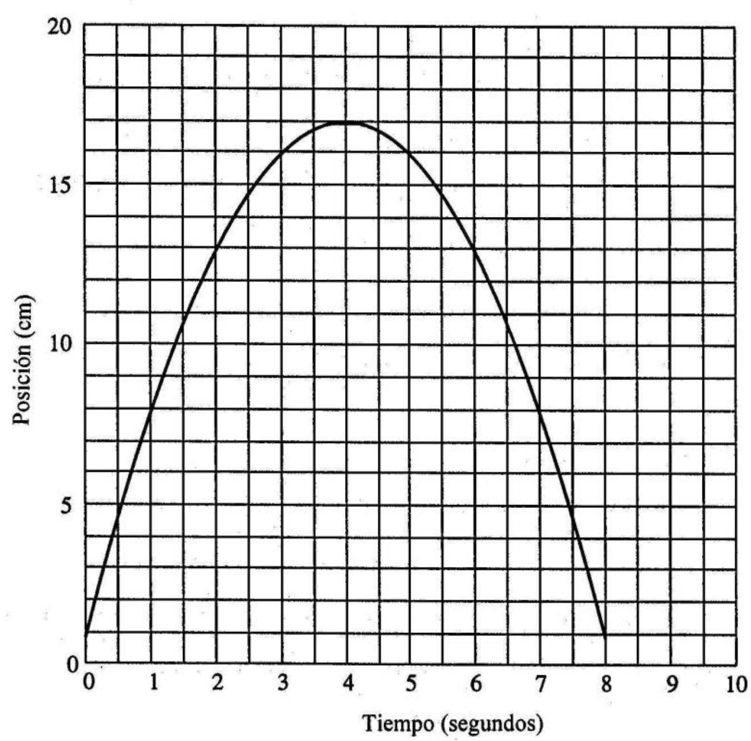
(1) ¿Cómo puedes saber si el objeto aumenta su rapidez al observar la gráfica de *x versus t*?

(2) ¿Cómo puedes saber si el objeto aumenta su rapidez al observar la de gráfica de *v versus t*?

C. Para ambas gráficas, identifica las partes que correspondan a que la rapidez esté disminuyendo.

(1) ¿Cómo lo puedes saber al observar la gráfica *x versus t*?

(2) ¿Cómo lo puedes saber al observar la gráfica *v versus t*?



D. Para ambas gráficas, identifica las partes que corresponden a un cambio de dirección.

(1) ¿Cómo lo puedes saber al observar la gráfica *x versus t*?

(2) ¿Cómo lo puedes saber al observar la gráfica *v versus t*?

E. Encuentra la aceleración en t=2 segundos, t=4 segundos y t=6 segundos.

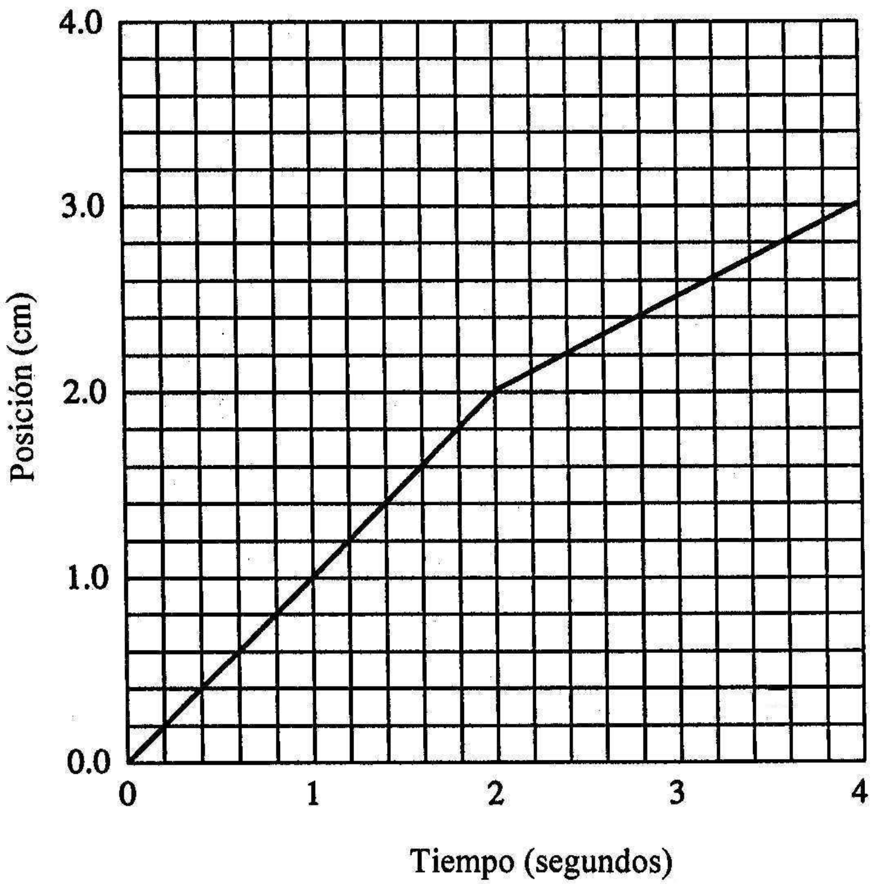
F. Completa la siguiente tabla:

t	v	a	¿Aumenta o disminuye su rapidez?
2 segundos			
4 segundos			
6 segundos			

✓ Verifica tus resultados con el profesor o la profesora.

Picos en una gráfica

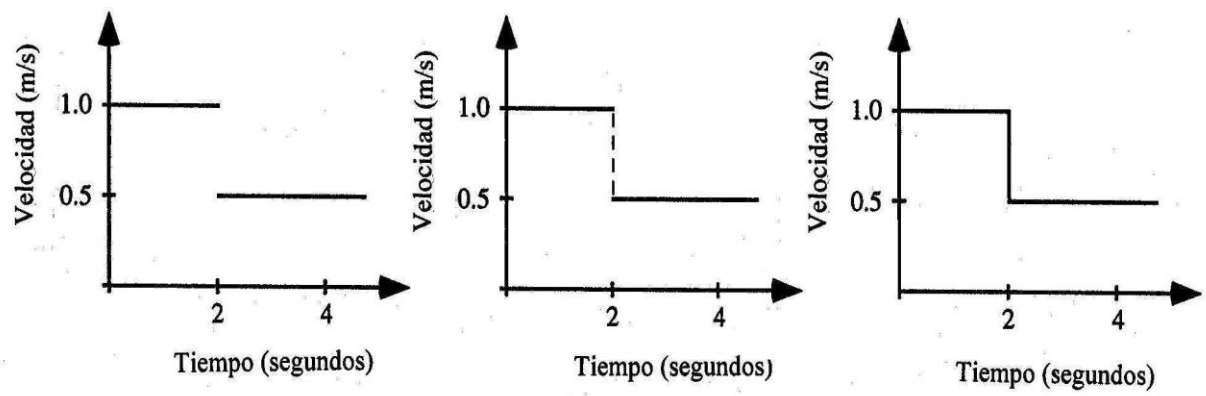
Hasta el momento no hemos discutido gráficas con picos o dobleces. A continuación se muestra una gráfica con pico.



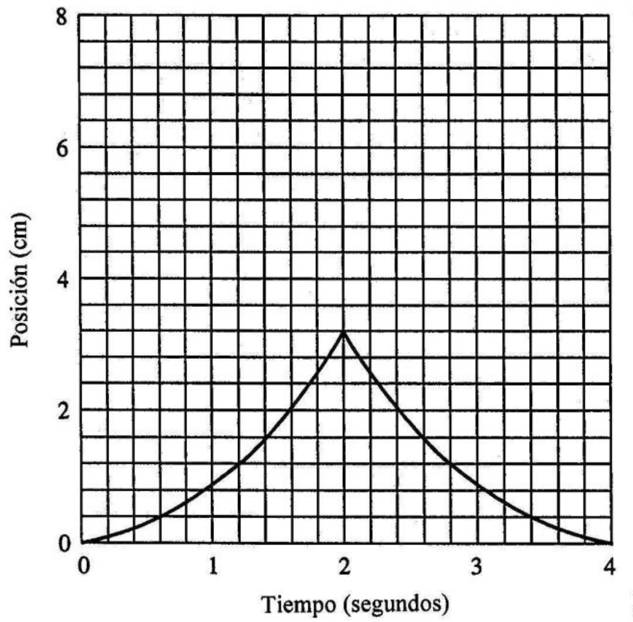
La característica distinguible de un pico es que la gráfica tiene un cambio abrupto de la pendiente en ese punto. En la gráfica precedente, por ejemplo, la pendiente es 1 m/s en cada instante de t=0 hasta t=2 segundos.

Sin embargo, de t=2 segundos a t=4 segundos, la pendiente cambia a 0.5 m/s. Justo en t=2 segundos es difícil de decir qué es la pendiente, pero podemos decir que la pendiente experimenta un cambio abrupto. Si tuviéramos que trazar una gráfica de v versus t de este movimiento, obtendríamos dos secciones de velocidad constante, con el cambio apareciendo en t=2 segundos.

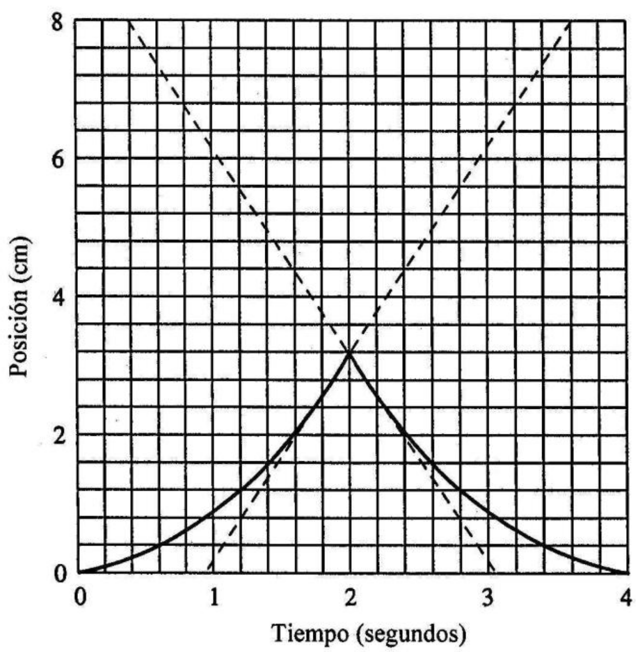
Existen tres maneras de representar este comportamiento en una gráfica v versus t:



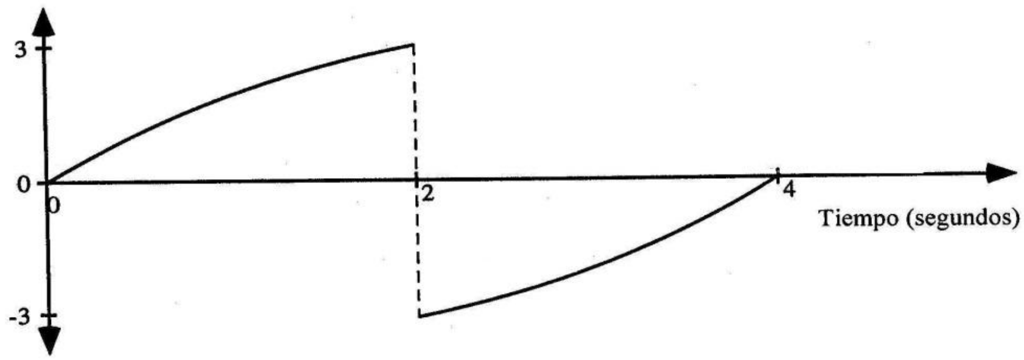
Los picos en las gráficas curvas tienen el mismo significado que en las gráficas de líneas rectas -un cambio abrupto en la pendiente. En las gráficas curvas, la pendiente siempre está cambiando. Sin embargo, para una curva suave el cambio de pendiente es gradual mientras que en un pico la pendiente cambia abruptamente. En la siguiente gráfica la pendiente incrementa gradualmente hasta t=2 segundos. Entonces la pendiente cambia abruptamente de signo y se vuelve un número negativo, regresando gradualmente a cero.



Para observar qué sucede con la pendiente, examinamos las tangentes como se muestra a continuación. La pendiente justamente antes de t=2 segundos es +3 m/s y la pendiente justamente después de t=2 segundos es -3 m/s.

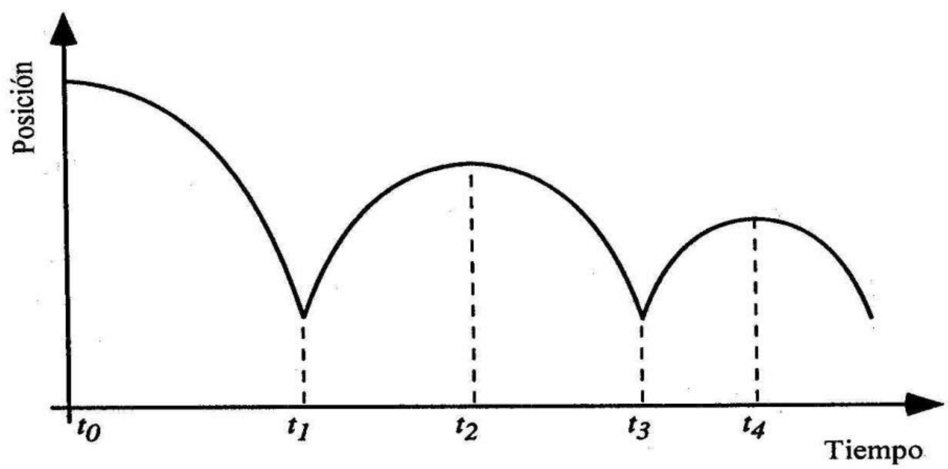


La gráfica de velocidad versus tiempo que corresponde a la gráfica anterior sería algo muy similar a la siguiente gráfica, con cambios graduales en la velocidad excepto para el salto en t=2 segundos.



Ejercicio 7.4

Esboza la gráfica de *v versus t* que corresponde a la gráfica de *x versus t* de abajo. Esbozar significa dibujar la figura general de una gráfica sin calcular los valores reales. Marca t_o, t_1, t_2, t_3 y t_4 en tu gráfica.

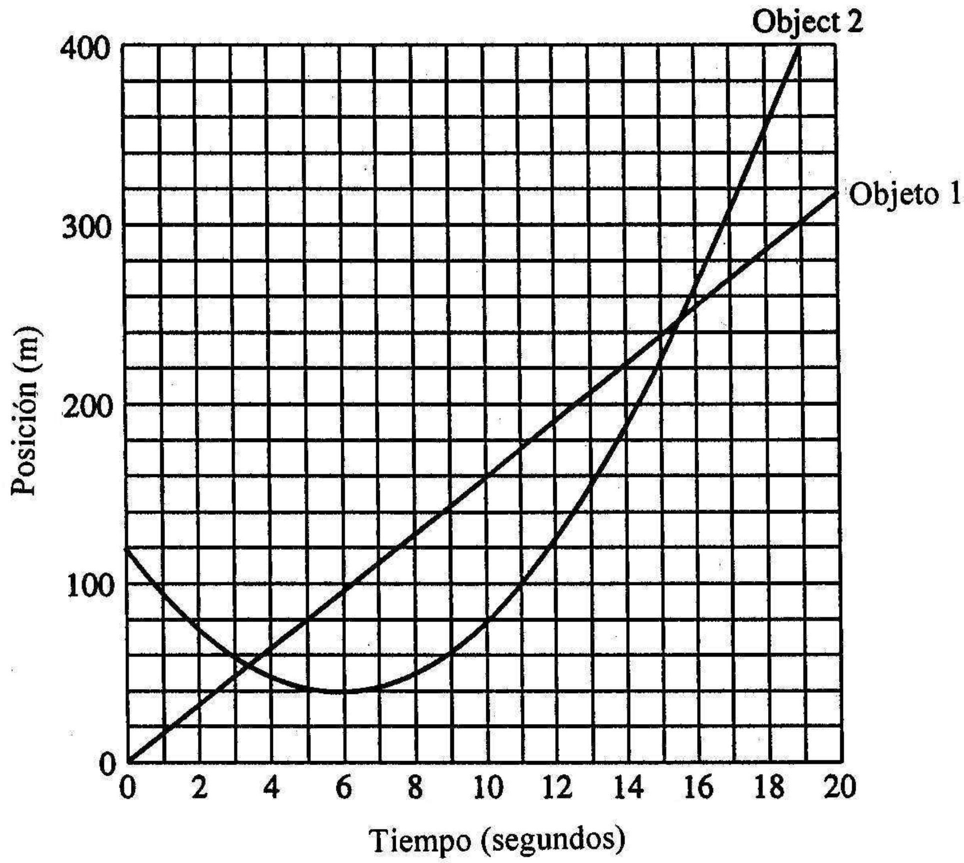


Comparando gráficas y sus pendientes

En muchas situaciones surge la necesidad de comparar las alturas o las coordenadas verticales de dos gráficas. También se pueden presentar situaciones en las cuales tengamos que comparar las pendientes de las gráficas. Es necesario decidir siempre si la información deseada está representada por la altura de la gráfica, por la pendiente o por ninguna de las dos.

Ejercicio 7.5

Responde a las siguientes preguntas basadas en la información dada en la gráfica siguiente. Explica tu razonamiento.



A. ¿Cuál es la rapidez de los objetos en t=2 segundos?

B. ¿Cuál es la rapidez de los objetos en t=13 segundos?

C. ¿Cuál es la rapidez de los objetos en t=18 segundos?

D. ¿En qué tiempo los objetos tienen la misma velocidad y cuál es esa velocidad?

La misma información presentada en diferentes gráficas

Cada una de las gráficas posición versus tiempo y velocidad versus tiempo nos dice mucho acerca del movimiento. La tabla que vas a completar a continuación resume las diferencias en la información acerca del movimiento representada en cada gráfica.

Ejercicio 7.6

Llena los cuadros vacíos en la siguiente tabla. Antes de completar la tabla, examina los cuadros llenados como ejemplo y asegúrate de que los entiendes. Date cuenta que algunos aspectos del movimiento pueden estar mostrados en sólo una de las gráficas.

Cómo obtener información de las gráficas de movimiento

Información buscada	**gráfica *x versus t***	**gráfica *v versus t***
en dónde se encuentra el objeto en un instante particular		
la velocidad de un objeto en un instante		
la aceleración de un objeto (si es constante)	no se puede decir	calculando la pendiente
si el movimiento es uniforme		
si el objeto aumenta su rapidez	verificando si la curva se va volviendo más inclinada	
si el objeto disminuye su rapidez		
si la aceleración es constante		

✓ Cuando hayas completado tu tabla, discútela con el profesor o la profesora.

8. Gráficas y movimientos reales

Las habilidades discutidas en la sección anterior son herramientas poderosas para interpretar información y para el análisis de relaciones cuantitativas. Los métodos usados son a veces complejos y un poco sutiles. Ocasionalmente, se puede correr el riesgo de perder de vista la realidad representada y concentrarse en la gráfica por sí misma. En esta sección se presentan experimentos que sirven de práctica para mantener la conexión entre la gráfica y el movimiento real.

Experimento 8.1

Pídele a tu profesor o profesora que te ayude a generar el movimiento para este experimento.

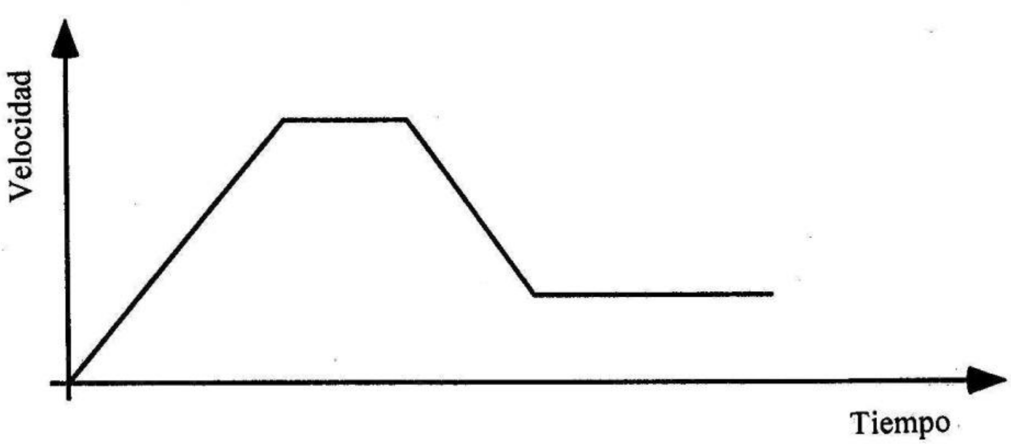
A. ¿Cómo varía la velocidad en las secciones horizontales del riel?

B. En la sección inclinada la velocidad del balín incrementa con una aceleración constante. Identifica y describe el experimento en el cual este comportamiento constante fue determinado.

C. Traza la gráfica de *v versus t* para este movimiento.

Experimento 8.2

Diseña y arma un arreglo de rieles que produzcan un movimiento como el representado en la siguiente gráfica. Haz todas tus pendientes muy graduales.



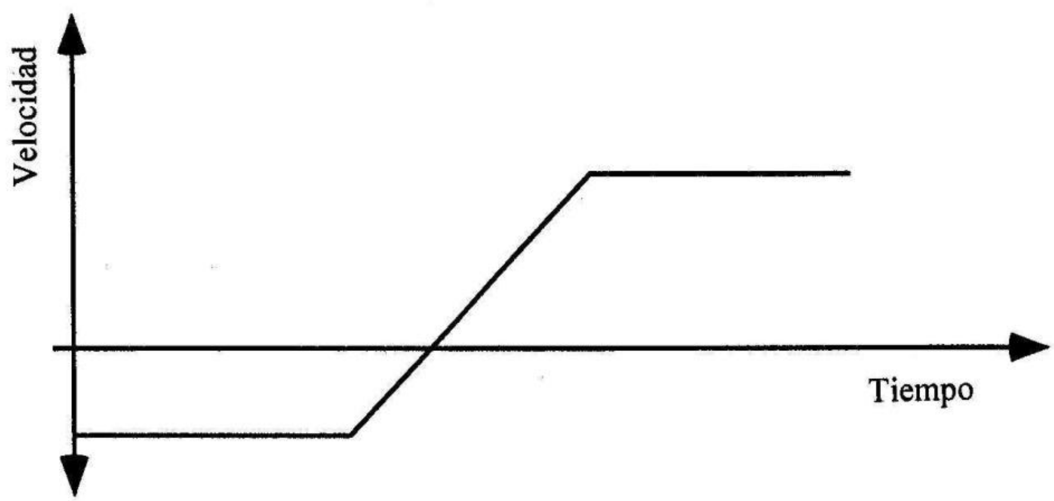
✓ Muéstrale este movimiento al profesor o a la profesora.

Experimento 8.3

Pídele a tu profesor o profesora que te ayude a generar el movimiento para este experimento. Haz una gráfica de *v versus t* para este movimiento.

Experimento 8.4

Diseña y arma un arreglo de rieles que produzcan un movimiento como el representado en la siguiente gráfica.



✓ Muéstrale este movimiento al profesor o a la profesora.

Ejercicio 8.5

A. Esboza una gráfica de *x versus t* que corresponda al movimiento del Experimento 8.3.

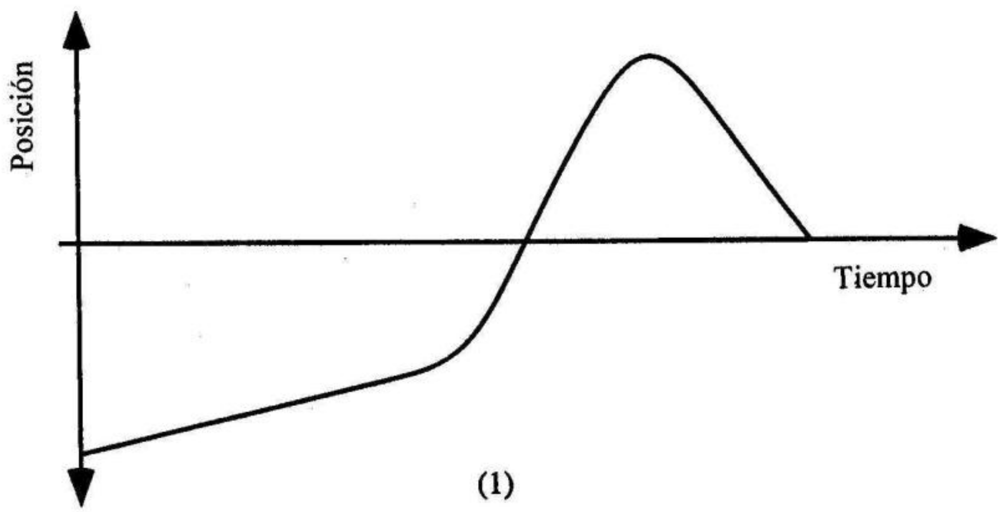
B. Esboza una gráfica de *x versus t* que corresponda al movimiento del Experimento 8.4.

✓ Verifica tus resultados con el profesor o la profesora.

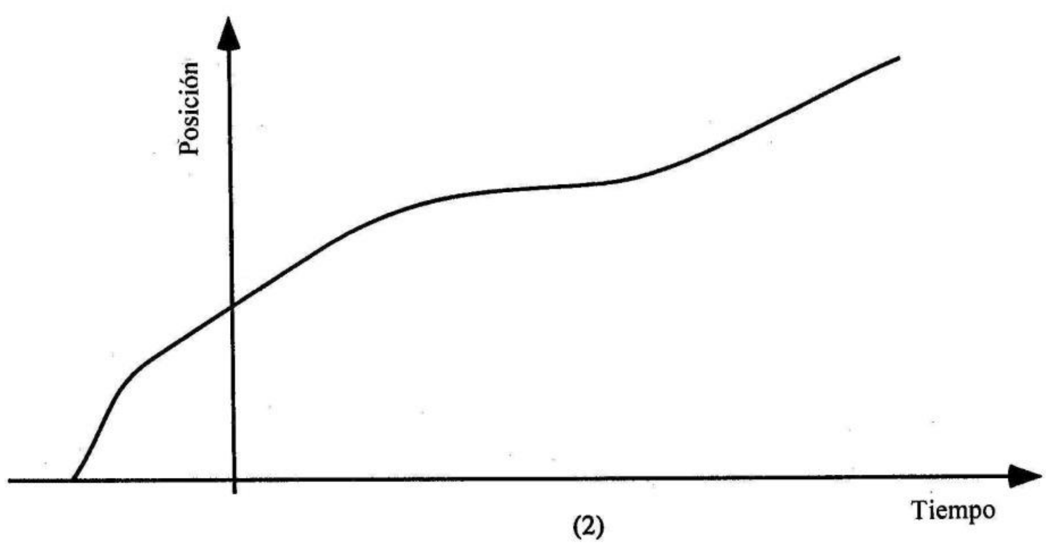
Experimento 8.6

A. Diseña y arma un arreglo de rieles que produzcan los movimientos representado en las dos gráficas.

B. Esboza las correspondientes gráficas de v versus t para estos movimientos.



(1)

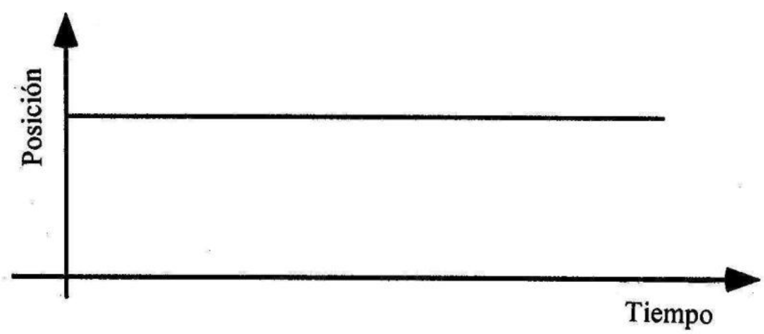


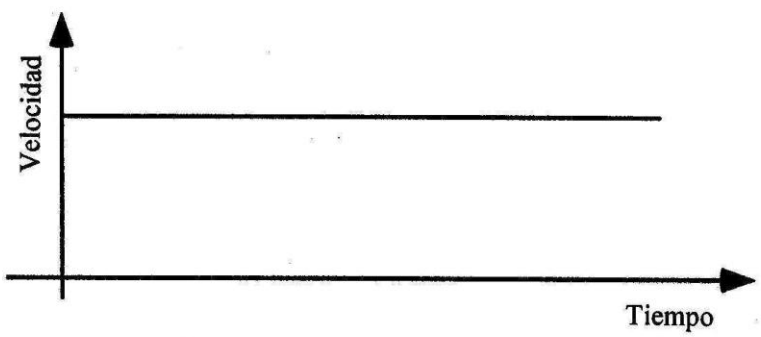
(2)

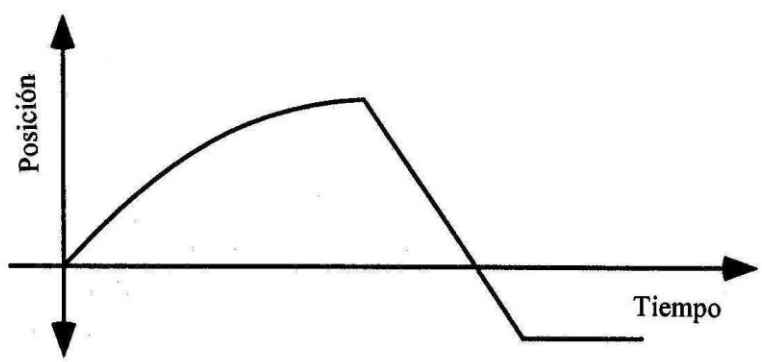
✓ Muéstrale los movimientos al profesor o a la profesora.

Ejercicio 8.7

Actúa los movimientos representados en las siguientes gráficas deslizando un dedo a lo largo de la mesa. Practica hasta que puedas lograrlo sin detenerte a menos que te lo indique la gráfica.







✓ Cuando seas capaz de ejecutar los movimientos y explicar cómo supiste moverte como lo hiciste, verifícalos con el profesor.

9. Razones y gráficas

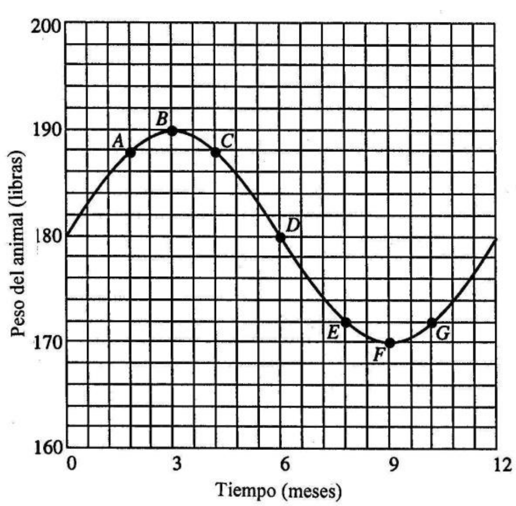
*El término **razón** se usa de muchas maneras. Hay razones (o tasas) de interés, razones de kilometraje por litro de gasolina, razones de consumo eléctrico, etc. En la mayoría de los casos la razón es un número obtenido al realizar una división. Por ejemplo, la razón de kilometraje por litro de gasolina es la distancia recorrida en kilómetros entre la cantidad de combustible utilizado, la razón (o tasa) de envío es el costo del envío dividido entre el peso del paquete que se envía.*

*Muchas razones nos dicen qué tanto cambia una cantidad por cada unidad de tiempo. Si representamos a la cantidad por q, entonces $\Delta q/\Delta t$ es llamada **la razón de cambio de q en el tiempo** o la **razón de cambio de q**. Usualmente, las razones no son constantes sino que varían con el tiempo. Sin embargo, si observamos un intervalo lo suficientemente pequeño, la mayoría de las razones son casi constantes. Podemos entonces utilizar el concepto de razón instantánea como lo hicimos con la velocidad. De hecho, a la velocidad se le conoce como la razón de cambio de la posición.*

Muchos de los métodos desarrollados para tratar con la velocidad pueden usarse en otros contextos. El siguiente problema ejemplo ilustra la aplicación del concepto de pendiente a una gráfica en un contexto diferente.

Problema ejemplo

El peso de algunos animales varía según las estaciones del año. Abajo tenemos una gráfica del peso de un animal hipotético versus el tiempo.



La razón de cambio del peso en este problema es la razón de cambio del peso del animal. Describe el comportamiento del peso y de la razón de cambio del peso en los puntos A, B y C.

Ejemplo de solución

Para resolver este problema, debemos recordar que la altura de la gráfica representa al peso y que la pendiente representa la razón de cambio del peso.

Punto A: La gráfica se dirige hacia arriba de manera que el peso está aumentando y la razón de cambio del peso es positiva. La pendiente empieza a disminuir por lo que la razón de cambio del peso está decreciendo. Ya que la pendiente es positiva esto indica que el peso del animal se incrementa más lentamente.

Punto B: La gráfica se encuentra en su parte más alta por lo que el peso está en el máximo. La pendiente aquí es 0 por lo que la razón de cambio del peso es 0; el peso está entre que aumenta (antes) y entre que disminuye (después).

Punto C: La gráfica se dirige hacia abajo por lo que el peso decrece y la razón de cambio del peso es negativa. Ya que la curva se está empinando más, el peso del animal cambia más rápido que antes. En este caso, ya que la razón de cambio del peso es negativa el animal está perdiendo peso más rápido que antes.

Ejercicio 9.1

Contesta las siguientes preguntas respecto a la gráfica del ejemplo anterior.

A. Haz una lista con todos los puntos etiquetados con letras en la gráfica, si los hay, para los que se cumplen las siguientes afirmaciones. Explica tu razonamiento.

(1) El peso se está incrementando.

(2) El peso está decreciendo.

(3) El peso es mínimo.

(4) La razón de cambio del peso es cero.

(5) La razón de cambio del peso está decreciendo pero el peso se está incrementando.

(6) El peso está cambiando lo más rápido posible.

(7) La razón de cambio del peso se está incrementando pero el peso está decreciendo.

(8) La razón de cambio del peso y el peso están decreciendo.

(9) El peso se está incrementando cada vez más despacio.

(10) El peso está decreciendo cada vez más rápido.

B. Esboza la gráfica de la razón de cambio del peso contra el tiempo.

✓ Verifica tus razonamientos con el profesor.

Derivadas

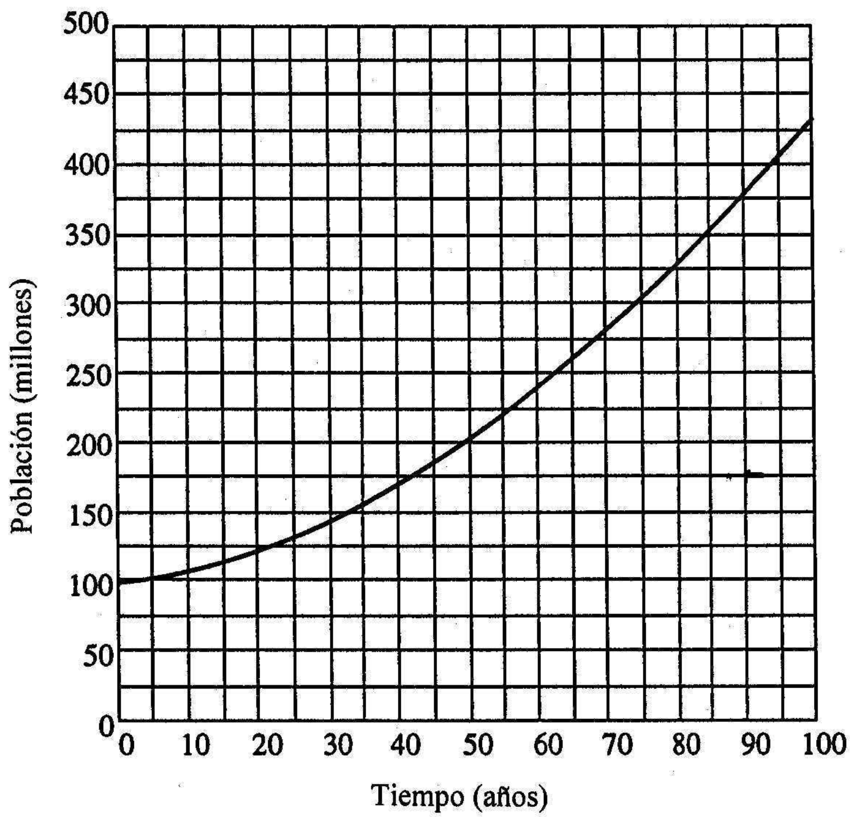
Al proceso de encontrar la pendiente de una gráfica en un punto se le llama ***diferenciación*** *u* ***obtener la derivada****. La pendiente de una gráfica se llama* ***derivada****. A la pendiente de la gráfica de posición versus tiempo se le llama* ***derivada de la posición con respecto al tiempo****. Todos los siguientes términos significan lo mismo: velocidad instantánea, razón de cambio de la posición y derivada de la posición con respecto al tiempo.*

En el problema ejemplo anterior, a la pendiente se le llama la derivada del peso con respecto al tiempo o la derivada temporal del peso o simplemente la derivada. Toda razón instantánea es una derivada sin importar si ha sido obtenida a partir de la pendiente de una gráfica o no.

En este módulo nos ocuparemos de las derivadas sólo conforme se apliquen a las gráficas. Sin embargo, una derivada tiene una definición más general que la pendiente de una gráfica. La definición formal matemática se puede encontrar en un libro de cálculo.

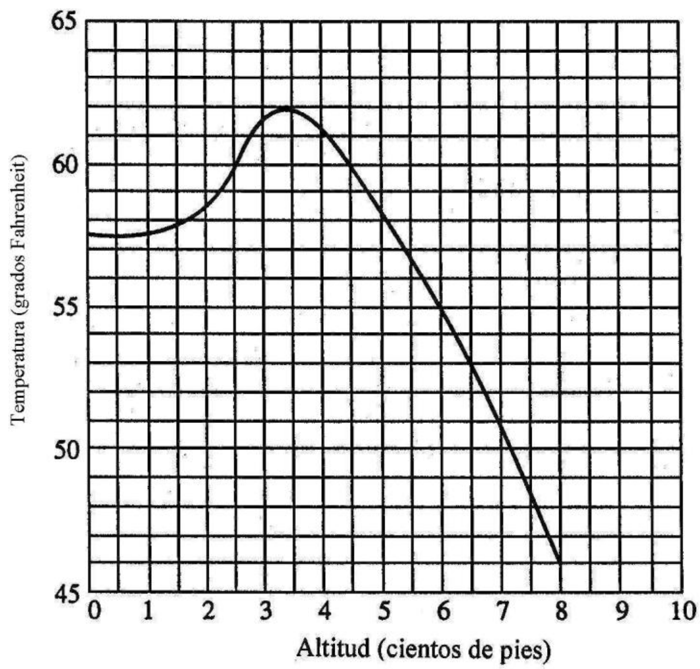
Ejercicio 9.2

La siguiente gráfica muestra la población de cierta región a lo largo de un siglo. Encuentra la derivada en $t = 25$ años. ¿Qué te dice la derivada? Responde a la pregunta sin usar los términos pendiente, razón o derivada.



Ejercicio 9.3

Una excursionista sube una montaña cuyo pico alcanza una altitud de 8000 pies sobre el nivel del mar. Mientras la excursionista asciende gradualmente a la cima, mide la temperatura del aire a muchas alturas diferentes. Sus mediciones se muestran en la siguiente gráfica.



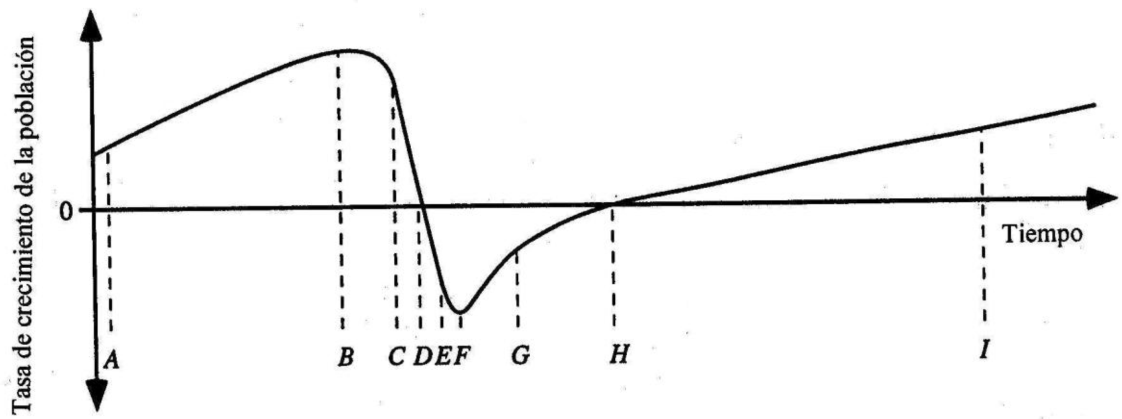
Encuentra la derivada de la gráfica en el punto que corresponde una altitud de 5500 pies. ¿Qué te dice esta derivada? Responde sin usar los términos pendiente, razón o derivada.

✓ Verifica tu razonamiento con el profesor o la profesora.

Algunas veces la información sobre el comportamiento de una cantidad debe obtenerse de una gráfica a partir de su razón de cambio. La forma en la que esto se puede hacer de manera cuantitativa se discute en las Secciones 12 y 13. Hasta el momento, sin embargo, podemos determinar varios aspectos cualitativos del comportamiento de una cantidad a partir de la gráfica de su razón de cambio.

Ejercicio 9.4

A continuación se muestra una gráfica de la razón de cambio del crecimiento de la población versus el tiempo, para el país ficticio de Lauternstein.



Haz una lista con todos los tiempos marcados con letras en los cuales los siguientes enunciados sean ciertos. Explica tu razonamiento.

A. La población está aumentando pero la razón de crecimiento de la población está disminuyendo.

B. La población está disminuyendo y la razón de decrecimiento está aumentando.

C. La población está aumentando y la razón de crecimiento es negativa.

D. La población está aumentando y la razón de crecimiento también está aumentando.

E. La población está disminuyendo pero la razón de decrecimiento está disminuyendo.

F. La población no está aumentando ni disminuyendo.

G. La población está cambiando lo más rápido posible.

H. La población es máxima.

I. La población es mínima.

J. La razón de cambio del crecimiento de la población no está aumentando ni disminuyendo.

✓ Verifica tu razonamiento con el profesor o la profesora.

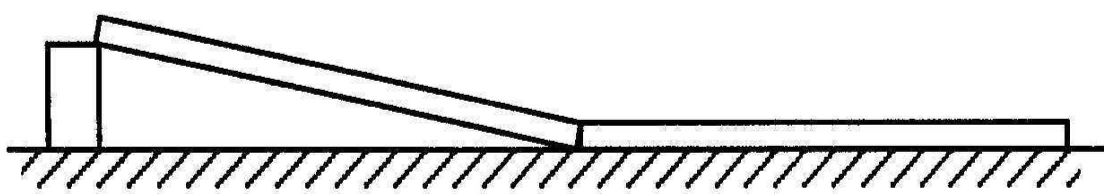
10. El concepto de aceleración

Es esencial recordar que la aceleración nos habla sólo del cambio de la velocidad y no nos da ninguna información acerca de la velocidad en sí. Siempre que la aceleración esté en cuestión, un buen primer paso es concentrarse en los cambios de la velocidad. Otro paso igual de importante es considerar cuánto tiempo ha pasado durante el cambio en la velocidad, porque la aceleración es la razón de cambio de la velocidad. En símbolos esto es:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{(si } a \text{ es constante)}$$

Experimento 10.1

Acomoda dos secciones de 4 pies de riel, de tal manera que la primera sección esté inclinada y la segunda sección esté horizontal.



Echa a andar tres relojes simultáneamente. Suelta un balín desde el reposo en la parte alta de la sección inclinada y déjalo que ruede. Detén uno de los relojes cuando sueltes el balín, otro cuando el balín llegue al inicio de la sección horizontal y el tercero cuando el balín llegue al final de la sección horizontal. Calcula la aceleración en la sección inclinada de la pista.

- ✓ Verifica tus razonamientos con el profesor o la profesora.

Experimento 10.2

Pídele a tu profesor o profesora que te muestre la demostración para este experimento.

Ejercicio 10.3

Di si cada uno de los siguientes enunciados es *siempre* verdadero. Si el enunciado no es siempre verdadero, da un ejemplo en el cuál no sea verdadero.

A. Dos objetos están viajando en la misma dirección en rieles paralelos. Tienen diferentes valores de rapidez y el objeto A está adelante del objeto B. El objeto A va cada vez más rápido y mantiene una aceleración constante. Si el objeto B mantiene una rapidez constante, nunca va a alcanzar (rebasar) al objeto A.

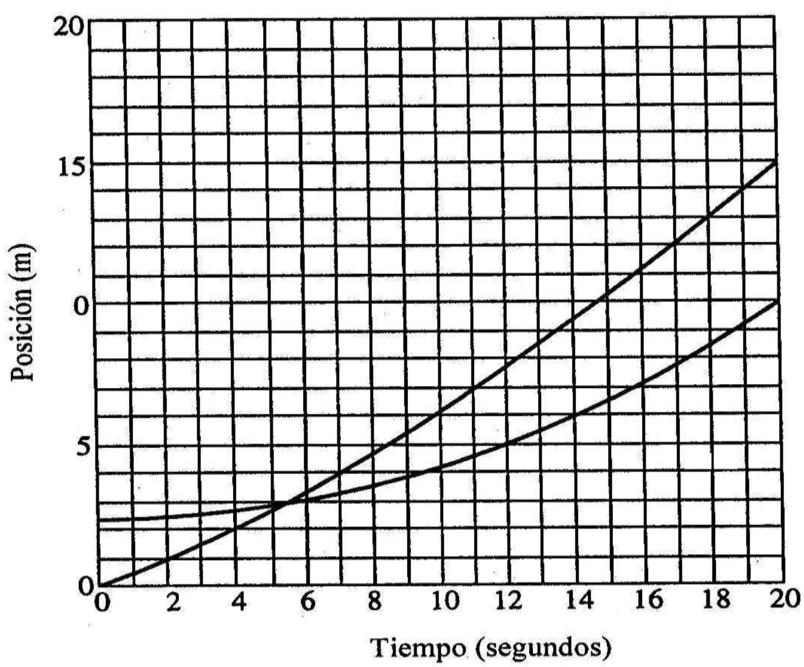
B. Si dos objetos tienen una aceleración constante durante el mismo intervalo de tiempo, el que tiene el mayor incremento en la velocidad debe tener la aceleración más grande.

C. Si dos objetos que se mueven con aceleración constante recorren la misma distancia en la misma cantidad de tiempo, deben de tener la misma aceleración.

D. Si dos objetos tienen una aceleración constante y cambian su velocidad en la misma cantidad, el que lo hace en el menor tiempo debe tener la aceleración más grande.

Ejercicio 10.4

A continuación se muestra una gráfica de posición versus tiempo para dos objetos que se mueven con aceleración constante. ¿Qué objeto tiene la mayor aceleración? Explica tu razonamiento.



✓ Verifica tu razonamiento con el profesor o la profesora.

Caída libre

Uno de los movimientos acelerados encontrados con mayor frecuencia es el de ***caída libre****. Se dice que una pelota que se deja caer o que es aventada está en caída libre. Los siguientes dos experimentos ilustran dos propiedades del movimiento en caída libre.*

Experimento 10.5

A. Coloca un contador de tiempo de tal manera que la cinta pueda pasar verticalmente. Pasa alrededor de 60 a 70 cm de cinta a lo largo del contador del tiempo y ata una masa (100 a 300 g) a la parte de abajo de la cinta. Sostén esta parte de la cinta de tal forma que la cinta cuelgue a través del contador. La parte de abajo de la cinta debe estar colocada de tal manera que el contador la pueda golpear.

   Enciende el contador y suelta la cinta. Trazando puntos cada 1/60 de segundo, traza cada una de las siguientes gráficas:

   (1) posición versus tiempo

   (2) velocidad versus tiempo

   (3) velocidad versus posición

B. Existen al menos dos maneras en las que podríamos querer describir qué tan rápido aumenta la rapidez del objeto conforme cae. Podemos calcular (1) el incremento de la velocidad por cada segundo transcurrido o (2) el incremento de la velocidad en cada centímetro de caída.

   Basado en tu experimento, ¿qué descripción crees que permite entender mejor el movimiento?

Experimento 10.6

Consigue varios objetos y suéltalos simultáneamente desde la misma altura. ¿Qué efecto tiene la masa sobre la manera en la que caen los objetos?

✓ Verifica tus resultados con el profesor o la profesora.

Signo de la aceleración

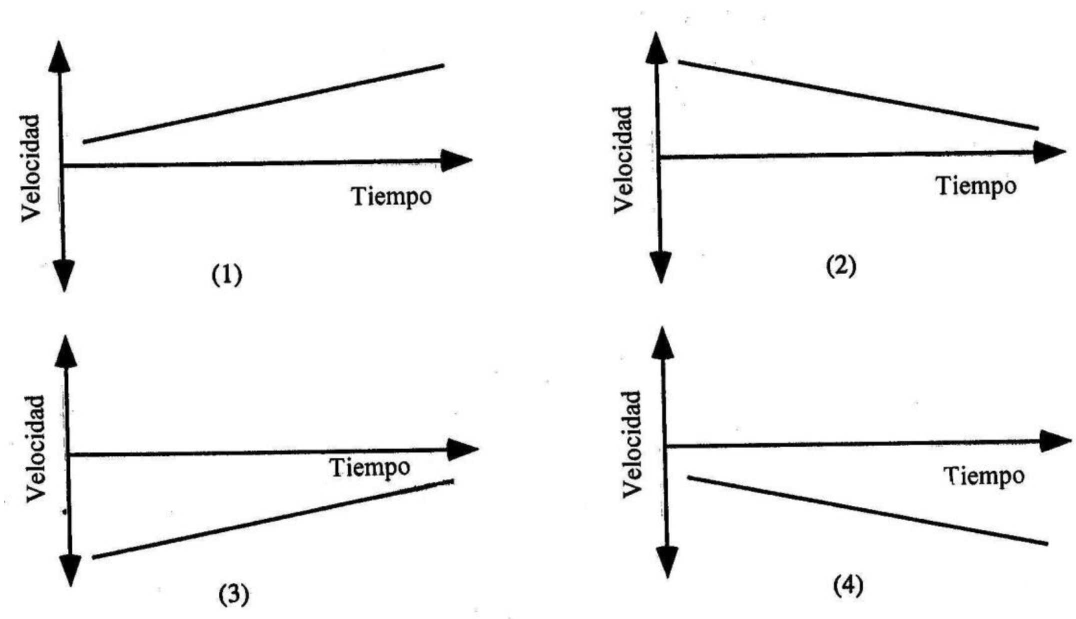
El signo de la velocidad tiene una interpretación sencilla. La velocidad obtiene su signo a partir de Δx *en* $\Delta x/\Delta t$*. Una velocidad positiva significa que* Δx *es positivo y por lo tanto el objeto se está moviendo en la dirección positiva.*

El signo de la aceleración no es tan fácil de interpretar. Como lo hemos visto en el Ejercicio 7.3, una aceleración negativa puede indicar tanto ir cada vez más rápido como ir cada vez más lento. Para encontrar si un objeto va cada vez más rápido o cada vez más lento, debemos conocer el signo de la velocidad y el signo de la aceleración.

Ejercicio 10.7

Para cada gráfica indica:

- el signo de la velocidad,
- si la velocidad está aumentando o disminuyendo algebraicamente,
- el signo de la aceleración, y
- si el objeto va cada vez más rápido o cada vez más lento.



Como se puede ver en el ejercicio anterior, el objeto va cada vez más rápido si la velocidad y la aceleración tienen el mismo signo, ya sea positivo o negativo. Si la velocidad y la aceleración tienen signos diferentes, el objeto va cada vez más lento.

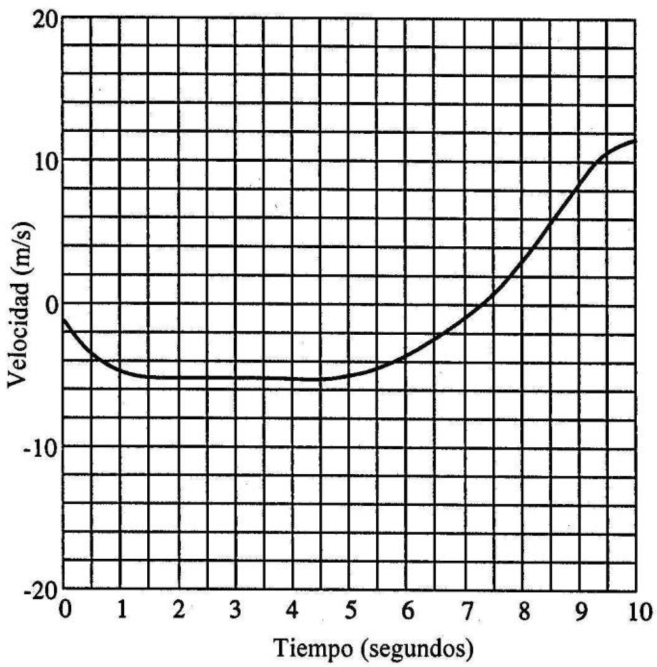
Aceleración negativa no necesariamente quiere decir ir cada vez más lento.

Aceleración positiva no necesariamente quiere decir ir cada vez más rápido.

Ejercicio 10.8

Si la aceleración es negativa, entonces el cambio en la velocidad, Δv, es negativo porque la aceleración obtiene el signo de Δv en $\Delta v/\Delta t$. Si la velocidad también es negativa, entonces la velocidad se va volviendo un número negativo más grande y entonces el objeto va cada vez más rápido. ¿A cuál de las cuatro gráficas del Ejercicio 10.7 se aplica esta descripción?

Ejercicio 10.9



Responde las siguientes preguntas con base en la información dada en la gráfica de arriba. Menciona cómo decidiste tus respuestas.

A. ¿En qué tiempos, si los hubo, el objeto tuvo aceleración positiva y velocidad negativa al mismo tiempo?

B. ¿En qué tiempos, si los hubo, el objeto tuvo aceleración negativa y una velocidad positiva al mismo tiempo?

C. ¿En qué tiempos, si los hubo, la aceleración fue cero?

D. ¿En qué tiempos, si los hubo, el objeto fue aumentando su rapidez?

E. ¿En qué tiempos, si los hubo, el objeto fue disminuyendo su rapidez?

F. ¿En qué tiempos, si los hubo, el objeto se mantuvo sin moverse por un periodo extendido de tiempo?

✓ Verifica tus resultados con el profesor o la profesora.

Analogías con la aceleración

Problema ejemplo

Cuando una ciudad crece utiliza más agua. Una ciudad particular obtiene toda su agua de un depósito federal. El depósito posee un medidor de agua que cuenta el número de galones que se mandan hacia la ciudad. De las lecturas del medidor, se ha determinado que la razón del uso del agua se está incrementando en 50,000 gal/día cada año.

Realiza una analogía matemática entre las cantidades relacionadas con el uso de agua en esta ciudad y las cantidades del movimiento.

Ejemplo de solución

La cantidad 50,000 gal/día cada año es análoga a la aceleración. Se puede deducir que esto es así porque el número 50,000 es la razón de cambio de la razón de uso, y la aceleración es la razón de cambio de la razón de movimiento. Veamos cómo se corresponden estos dos conjuntos de cantidades.

(1) La velocidad corresponde a la razón del uso de agua (i.e. cuántos galones se usan por día). Ambos se obtienen al dividir: La velocidad es el desplazamiento dividido por la duración. La razón del uso de agua es la cantidad de agua usada dividida entre la cantidad de tiempo que tomó usarla. Ambas tienen que calcularse en un intervalo de tiempo pequeño porque ambas razones varían con el tiempo. En pocas palabras, ambas son razones instantáneas.

(2) El desplazamiento corresponde a la cantidad de agua usada. Ambos se encuentran en el numerador de las divisiones mencionadas en la parte 1.

(3) La posición es el análogo a la lectura del medidor de agua en el depósito. Las posiciones se restan para encontrar los desplazamientos; las lecturas del medidor de agua se restan para encontrar la cantidad de agua usada. Ya que el desplazamiento y la cantidad de agua son análogos, la posición y la lectura del medidor de agua también tienen que corresponderse uno con el otro.

(4) La duración en un caso corresponde a la duración en el otro. La duración está en el denominador cuando ambas, la velocidad y la razón de uso del agua, se calculan y también para el cálculo de la aceleración y la razón de cambio de la razón del uso de agua.

(5) El tiempo en un caso corresponde al tiempo en el otro. El tiempo está relacionado con la duración de la misma manera en los dos sistemas: la duración equivale al tiempo final menos el tiempo inicial.

(6) La aceleración es análoga a la razón de cambio de la razón de uso de agua, que es 50,000 gal/día por año en este problema. Dado que la velocidad y la razón de uso del agua son análogas, sus razones de cambio también deben ser análogas. Sus razones de

cambio son la aceleración y la razón de cambio de la razón de uso del agua (50,000 gal/día/año), respectivamente.

Ejercicio 10.10

En muchos países, la cantidad de tierra de cultivo ha ido disminuyendo. En cierto país la situación ha sido muy severa debido a la expansión urbana sobre las tierras de cultivo y al crecimiento del desierto. Unos años atrás, la razón de pérdida de la tierra de cultivo llegó a ser de 50,000 km^2/año.
Afortunadamente, la acción del gobierno ha llevado a una disminución estable en la razón de pérdida de tierra de 100,000 km^2/año/año en nuestros días.

La cantidad 100,000 km^2/año/año puede ser considerada como análoga a la aceleración. Haz esta analogía señalando qué cantidades se corresponden con las que se presentan a continuación, y explicando cómo es que se parecen.

A. velocidad

B. desplazamiento

C. posición

D. duración

E. tiempo

F. aceleración

✓ Verifica tus razonamientos con el profesor o la profesora.

Problemas complementarios de Cinemática

> *Nota:* Muchos de los siguientes problemas te piden no utilizar álgebra para encontrar tus soluciones. En esos problemas, no bases tus respuestas en una fórmula algebraica. Explica tu razonamiento con base en la interpretación de las cantidades involucradas.

Problema 1.1

Supón que un objeto se mueve con movimiento uniforme a lo largo de un riel que tiene unas marcas iniciales y finales definidas. Su velocidad es 84 cm/s. Después de 3.6 segundos de haber salido, le quedan todavía al objeto 156 cm por recorrer antes de alcanzar la línea final del riel.

¿Cuál es el intervalo total de tiempo que le toma ir de la maraca inicial a la marca final?

Explica tu razonamiento. No uses álgebra.

Problema 1.2

A. Un objeto que se mueve con movimiento uniforme viaja 256 cm en 2.4 segundos. ¿Cuánto tiempo le toma viajar los últimos 50 cm? Explica tu razonamiento. No uses álgebra.

B. Inventa y resuelve un problema análogo que concierna a la masa y al costo de algún material. Los dato(s) que se dan, los dato(s) que se piden y el razonamiento utilizado deben quedar relacionados entre sí exactamente como en el inciso A.

C. Identifica las cantidades correspondientes en los dos problemas y menciona cómo se corresponden entre sí.

Problema 1.3

En muchas autopistas interestatales hay postes numerados cada kilómetro a lo largo del camino. A continuación se muestra un registro de los tiempos leídos en un reloj al pasar el coche por varios postes.

Número de kilómetro	Tiempo leído en el reloj
40	1:00
50	1:11
60	1:22
70	1:33

A. Haz una gráfica del Número de kilómetro versus el tiempo leído en el reloj. El origen de la gráfica (el punto donde los ejes se cruzan) debe corresponder al kilómetro 0 y el tiempo 1:00. *¡Usa papel milimétrico!*

B. ¿El movimiento es uniforme?

C. ¿Cuál es la pendiente de esta gráfica en cada uno de los tiempos leídos en el reloj?

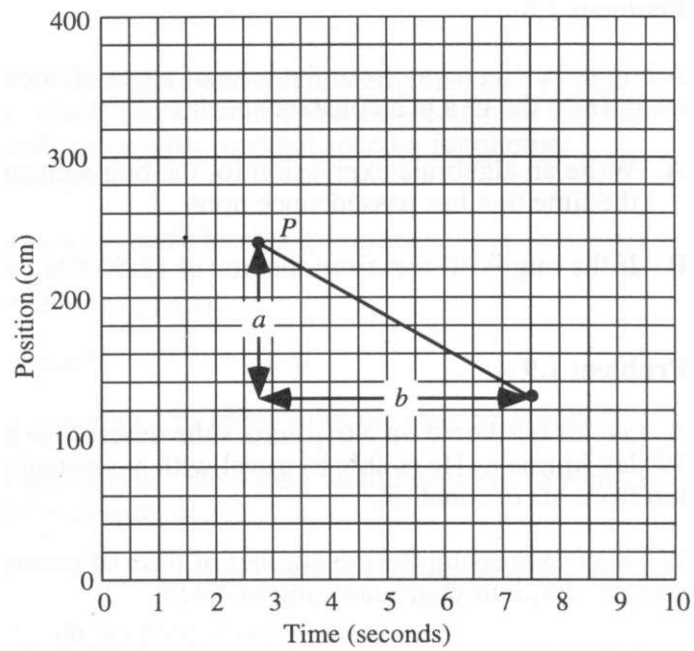
Problema 1.4

A la derecha se muestra una gráfica de una parte del movimiento de un objeto que se mueve de manera uniforme.

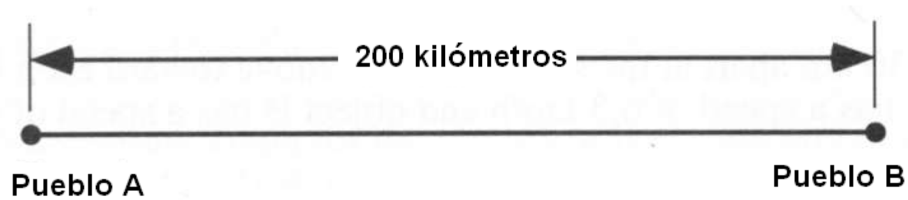
A. ¿Qué te dice sólo el punto *P* acerca del movimiento?

B. ¿Qué representa la longitud *a*?

C. ¿Qué representa la longitud *b*?



Problema 1.5



Dos pueblos, A y B, están separados por 200 kilómetros. El coche 1 sale del pueblo A y, al mismo tiempo, el coche 2 sale del pueblo B. Se mueven acercándose entre sí con rapideces constantes: el coche 1 a 50 km/hr y el coche 2 a 40 km/hr.

A. ¿Qué tan separados entre sí están los dos coches si el coche 2 ha viajado durante un tiempo Δt?

B. ¿En dónde se encuentran los dos coches? Si usas una ecuación, interpreta la expresión de cada lado y menciona por qué las puedes igualar.

Problema 1.6

Dos coches viajan con la misma rapidez constante. El primer coche viaja durante 10 minutos y el segundo durante 27 minutos. Si el segundo llega 18 kilómetros más lejos que el primero, ¿cuánto viajó cada coche? Resuélvelo algebraicamente.

Problema 1.7

Dos coches parten del mismo lugar al mismo tiempo. Después de dos horas, uno de los coches está 30% más lejos que el otro. Si la rapidez de un coche es 20 km/hr más grande que la rapidez del otro coche, ¿cuáles es la rapidez de cada coche? Resuélvelo algebraicamente.

Problema 1.8

Un bicho está al medio día a 10 pies de la base de un árbol. Se va alejando cada vez más del árbol al arrastrarse lenta pero de manera constante con una velocidad constante v.

A. Escribe una expresión algebraica para la distancia a la que se encuentra el bicho respecto al árbol en función del tiempo *t*, donde *t* es el tiempo que ha pasado a partir del medio día.

B. Si el bicho está a 30 pies del árbol a las 12:50 p.m., ¿cuándo estará a 60 pies del árbol?

Problema 1.9

Un viajero sale de su casa para hacer un viaje por el desierto. Lleva suficientes provisiones para un viaje de 19 días y es capaz de viajar con una rapidez constante *s*. Después de 15 días, todavía está a 100 km de su destino.

Escribe una expresión para el número de días con provisiones que le van a quedar cuando llegue. Explica con detalle tu razonamiento.

¿Tu expresión puede ser en algún caso negativa? ¿Qué significaría eso y por qué?

Problema 1.10

Dos objetos separados por 30 km entre sí, empiezan a moverse acercándose entre sí al mismo tiempo. El objeto A tiene un rapidez de 6.3 km/hr y el objeto B tiene un rapidez de 4.5 km/hr. ¿Cuándo se encontrarán?

Problema 1.11

Un coche y un camión se encuentran en una gasolinera. A las 2:00 el camión empieza a viajar a lo largo de la autopista con rapidez constante de 54 km/hr. Un cuarto de hora después, a las 2:15, el coche comienza a viajar a lo largo de la misma autopista con rapidez constante de 60 km/hr. ¿En qué tiempo (o lectura de reloj) el coche alcanzará al camión?

Resuelve este problema algebraicamente usando los siguientes pasos:

A. Sea Δt el número de horas que el coche viaja entre que deja la gasolinera y que alcanza al camión. ¿Es Δt la respuesta? Si no, ¿cómo puedes obtener la respuesta una vez que encuentras Δt ?

B. Escribe una expresión para la distancia que recorre el coche después de Δt horas, desde que sale de la gasolinera. Explica tu razonamiento.

C. Escribe una expresión para la distancia que recorre el camión después de Δt horas, desde de que el coche sale de la gasolinera. Explica tu razonamiento.

D. Escribe una ecuación y menciona por qué puedes igualar ambos lados.

E. Resuelve la ecuación y contesta la pregunta.

Problema 1.12

Dos coches salen al mismo tiempo del mismo lugar y viajan por el mismo camino. El coche A tiene una rapidez constante de 50 km/hr. El coche B viaja con rapidez constante *v* durante 100 km, se detiene durante un tiempo *t* y después viaja de nuevo con rapidez constante durante otros 100 km. Supón que *v* es mayor que 50 km/hr.

A. Escribe expresiones algebraicas como respuestas a las siguientes preguntas:

(1) ¿Qué tan lejos está B delante de A cuando B se detiene?

(2) ¿Dónde está A cuando B empieza a moverse de nuevo?

(3) ¿Qué tiempo es cuando A pasa una marca de 150 km respecto al punto inicial?

(4) Supón que estamos en la marca de los 150 km. ¿Cuánto tiempo tendremos que esperar entre que pasa A y que pasa B?

(5) ¿Dónde está A cuando B llega a un punto que se encuentra a 200 km del punto de partida?

B. Supón que A y B llegan a la posición 200 km al mismo tiempo.

(1) Escribe una ecuación que establezca esta condición.

(2) ¿Cuánto tiempo permanece en reposo B si su rapidez es de 60 km/hr?

(3) ¿Cuál será la rapidez de B si permanece parado durante una hora?

C. Utilizando los mismos ejes, haz una gráfica de posición versus tiempo para el movimiento de ambos coches descrito en la parte B (2) de arriba.

Problema 1.13

Dos coches parten del mismo lugar en un mismo camino pero a diferentes tiempos. El coche 1 viaja con velocidad constante v_1 durante una distancia d y luego se detiene. El coche 2 sale al tiempo t después del coche 1 y viaja con velocidad contante v_2 hasta que ha avanzado la misma distancia d y luego se detiene.

Da una interpretación verbal, si la hay, a cada una de las siguientes expresiones. (Algunas expresiones pueden no tener una interpretación relevante respecto a los movimientos descritos).

A. d/v_2 B. $v_1 t$ C. d/t D. $v_2 t$

Problema 1.14

Dos objetos se mueven en la misma dirección. Ambos tienen movimiento uniforme. El objeto 1 parte de de la posición 0 al tiempo 0. El objeto 2 parte de la posición *a* al tiempo *b*. Se encuentran en la posición *c* al tiempo *d*.

Da una interpretación verbal, si la hay, a cada una de las siguientes expresiones. (Algunas expresiones pueden no tener una interpretación relevante respecto a los movimientos descritos).

A. a/b D. $(c-a)/(d-b)$

B. c/b E. $(a-b)/(c-d)$

C. c/d

Problema 2.1

Menciona si los siguientes enunciados son *siempre* verdaderos. Si el enunciado no es siempre verdadero, da un ejemplo en el que sea falso. En cualquier caso explica tu razonamiento.

A. Si dos objetos llegan a la misma posición en el mismo tiempo, deben de tener la misma rapidez en ese instante.

B. En una autopista, si dos coches alcanzan la misma rapidez deben de moverse uno a lado del otro.

C. Dos objetos se mueven sobre rieles rectos paralelos. Si los objetos se van acercando, los objetos deben de estarse moviendo en direcciones contrarias.

Problema 2.2

Dos coches se mueven del punto *A* al punto *C*. Cada coche se mueve con movimiento uniforme durante todo el viaje.

El punto *B* está a 25 km del punto *A y el punto C* está a 40 km pasando al punto *B* como se muestra.

El coche 1 deja el punto *A* a las 12:00 y llega al punto *B* a las 12:20. El coche 2 deja el punto *A* a las 12:1 y llega al *B* a las 12:27.

¿Qué coche llega primero al punto *C*? Explica tu razonamiento a fondo.

Problema 2.3

Haz una analogía entre la posición a lo largo de una línea y un instante en el tiempo. Incluye la similitud entre desplazamiento y duración. Identifica las partes correspondientes y menciona en qué son similares.

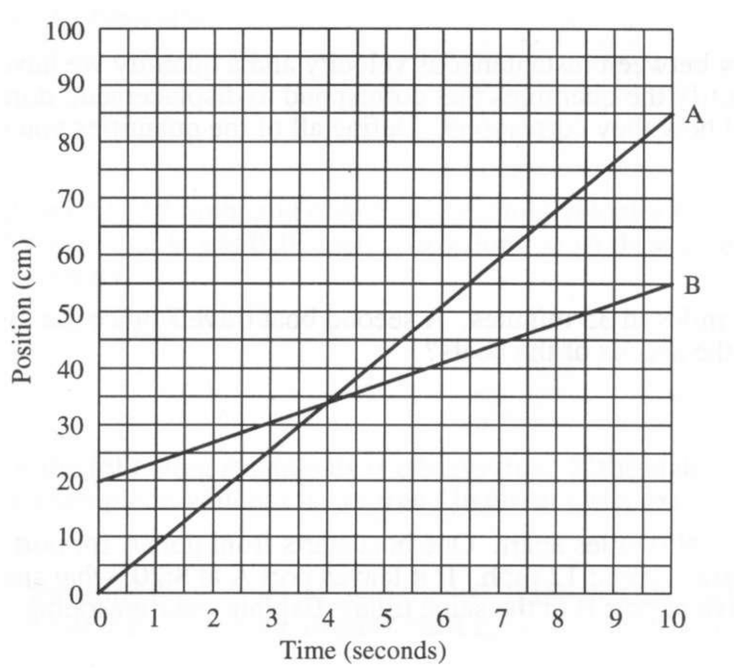
Problema 2.4

Haz un comentario respecto al siguiente razonamiento. ¿Es correcto o incorrecto? Si es correcto, explica el razonamiento. Si es incorrecto, señala qué está mal en él.

"La velocidad es m/s, x es metros y t es segundos, por lo que v=x/t"

Problema 2.5

La siguiente es una gráfica de posición versus tiempo para el movimiento de dos objetos, A y B, que se mueven a lo largo de la misma cinta métrica.



A. En el instante t = 2 segundos, ¿la rapidez del objeto A es mayor que, menor que o igual a la rapidez del objeto B? Explica tu razonamiento.

B. Los objetos A y B ¿tienen en algún momento la misma rapidez? Si es así, ¿en qué tiempos? Explica tu razonamiento

Problema 2.6

Una de las maneras en las que las personas estudian las erupciones volcánicas es midiendo la distribución de las cenizas que caen del aire. Por lo general la mayor parte de la ceniza cae cerca del volcán, aunque parte puede caer a cientos de kilómetros. Una cantidad que resulta útil al describir la distribución es la masa de ceniza por metro cuadrado que cayó en diferentes lugares durante la erupción.

Haz una analogía entre los conceptos de velocidad instantánea y la masa de ceniza por metro cuadrado. Identifica lo que corresponda en cada caso y describe de qué manera son similares.

A. Velocidad instantánea
B. Desplazamiento, Δx
C. Duración, Δt
D. *El* hecho de que la velocidad instantánea puede ser diferente en diferentes momentos.

Problema 2.7

Haz una analogía entre la velocidad instantánea y una cantidad que no hemos estudiado en este curso. Identifica las cantidades correspondientes al desplazamiento, la duración y la velocidad, y describe de qué manera corresponden. Define todas las cantidades que utilizas.

Problema 2.8

Un bote viaja 6 km en 35 minutos. Un Segundo bote viaja el doble en la mitad del tiempo. ¿Cuál es la velocidad de los botes?

Problema 2.9

Los puertos A y B se encuentran a 400 km de distancia uno del otro. Un bote sale del puerto A hacia el B a las 6:05 y viaja a una velocidad constante de 12 km/h. Si sale del puerto A a las 8:20, ¿qué velocidad debe tener el bote para llegar al puerto B al mismo tiempo? Explica tu razonamiento.

Problema 5.1

Sobre una pista recta inclinada, una bola que rueda hacia arriba tarda 1.3 segundos para reducir su velocidad de 135 cm/s a 65 cm/s. En la misma pista, ¿cuánto tiempo le llevaría a una bola rodando a una velocidad de 85 cm/s para alcanzar una velocidad 0? Explica tu razonamiento. No uses álgebra.

Problema 5.2

Supón que un barco petrolero está fuera de control e intenta detenerse por completo con una aceleración constante. A la 1:15, su velocidad es de 20 km/h. A la 1:40, su velocidad es de 12 km/h. ¿Cuándo se detendrá? Explica tu razonamiento. No uses álgebra.

Problema 5.3

Un objeto con una velocidad inicial de 14 m/s se mueve con aceleración constante. Su velocidad aumenta en una cantidad Δv en 5 segundos.

A. Escribe una expresión para la velocidad final.

B. Escribe una expresión para la aceleración.

Problema 5.4

¿Cuál es la velocidad inicial de un objeto con una aceleración de 5 mph/s si triplica su velocidad cada 4 segundos? Resuelve el problema algebraicamente.

Problema 5.5

El objeto A tiene una velocidad inicial de 18 km/h, mientras que el objeto B tiene una velocidad inicial de 6 km/h. Si la aceleración de A es de 0.06 km/hr/s y la de B es 0.10 km/h/s, ¿por cuánto tiempo deben acelerar para tener la misma velocidad?

Problema 5.6

Indica si alguno de los siguientes enunciados es *siempre* cierto. Si el enunciado no siempre es cierto, da un ejemplo en el que no lo sea. En cualquier caso, explica tu razonamiento.

A. Dos objetos viajan sobre pistas rectas paralelas. Si la distancia entre ellos se hace más grande, entonces al menos uno de los objetos debe tener un movimiento no uniforme.

B. En una carrera a pie, si el corredor A alcanza al corredor B, entonces el corredor A *debe* estar acelerando.

C. Si un objeto que se mueve sobre una pista recta no tiene un movimiento uniforme, entonces debe estar desacelerando o acelerando.

Problema 5.7

Este problema tiene que ver con el siguiente diálogo:

Estudiante 1: "La aceleración es m/s^2. Metros es Δx y segundos es Δt, así que $a = \Delta x/\Delta t^2$."

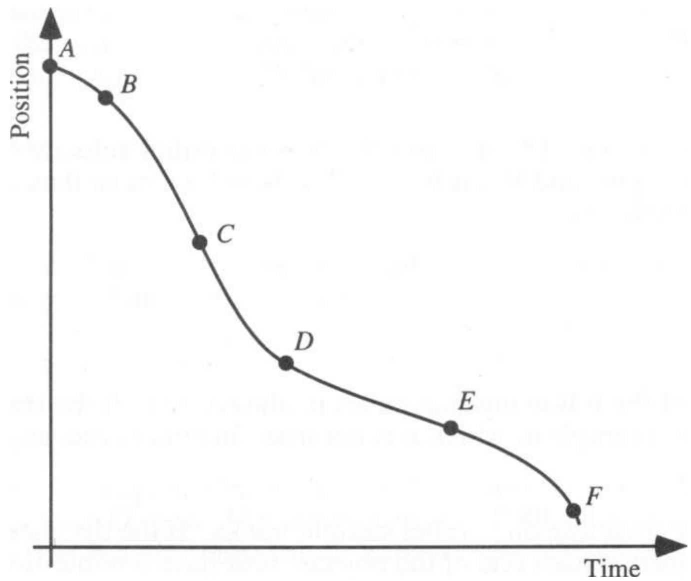
Estudiante 2: "No, la aceleración es en realidad $m/s/s$. Metros es Δx y segundos es Δt, por lo tanto $a = (\Delta x/\Delta t)/\Delta t$."

A. ¿Están diciendo esencialmente lo mismo estos estudiantes o hay alguna diferencia importante en sus declaraciones?

B. Ambos estudiantes han hecho un razonamiento incorrecto. Explica por qué están mal.

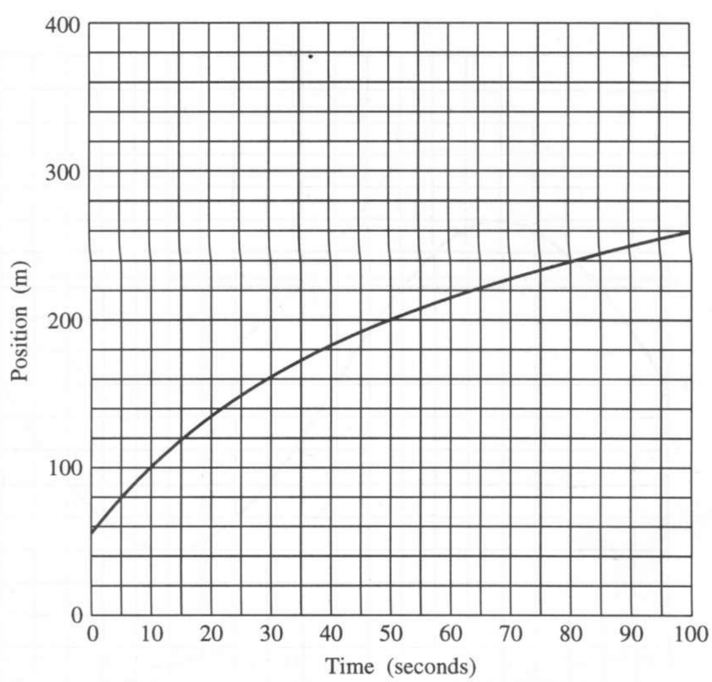
Problema 6.1

En el siguiente problema, traza una gráfica *v versus* t que corresponda a la gráfica *x versus t* dada. No calcules los valores de la gráfica *v versus t*. Solo indica la forma general de la gráfica. Etiqueta los tiempos de *A* a *F* en tu gráfica.



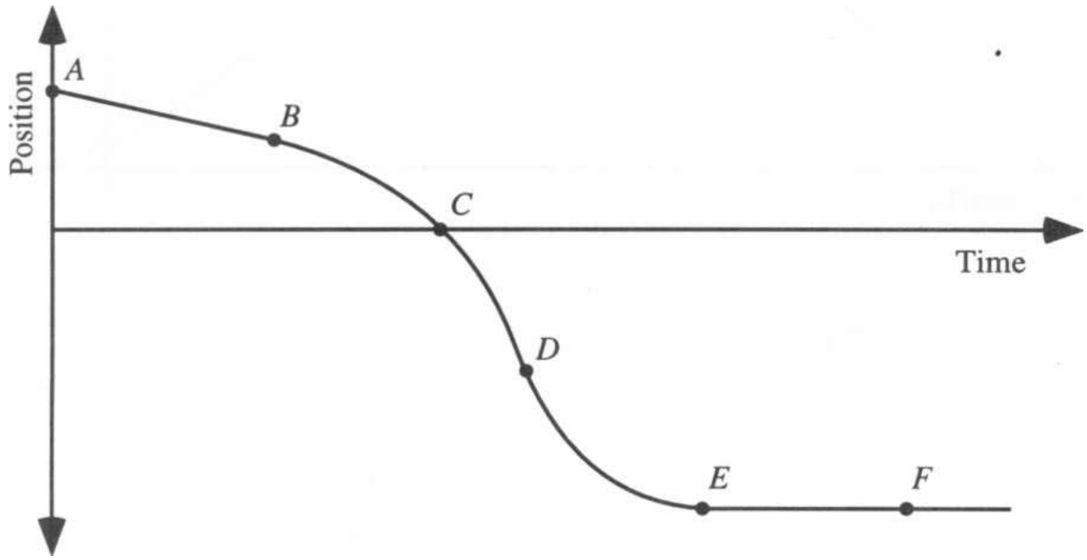
Problema 6.2

Traza de manera precisa la gráfica *v versus t* del movimiento representado por la siguiente gráfica *x versus t*. Grafica puntos cada 10 segundos.



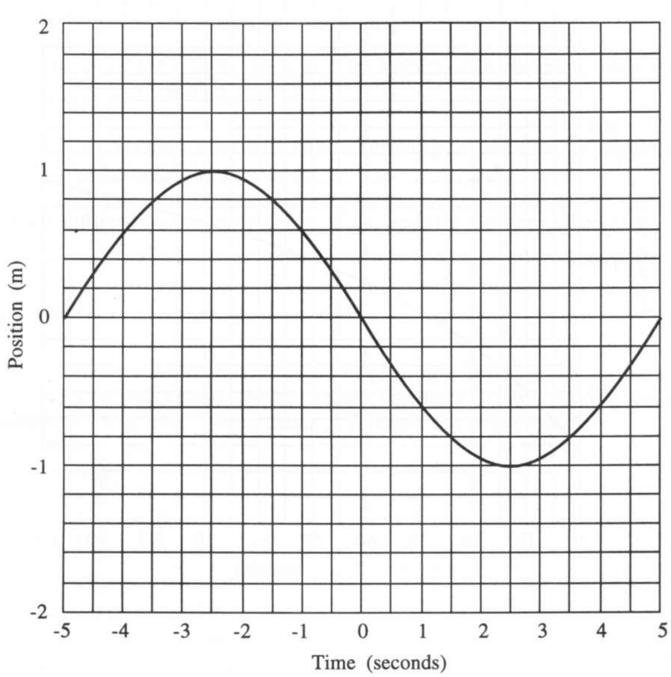
Problema 6.3

En el siguiente problema, traza una gráfica *v versus t* que corresponda a la gráfica *x versus t* dada. No calcules los valores de la gráfica *v versus t*. Solo indica la forma general de la gráfica. Etiqueta los tiempos de *A* a *F* en tu gráfica.



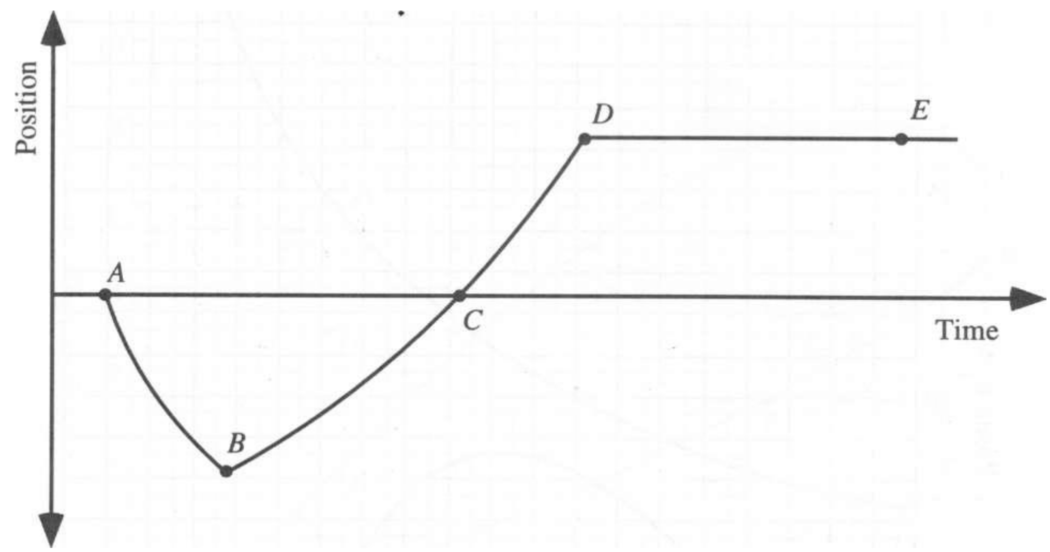
Problema 6.4

Traza de manera precisa la gráfica *v versus t* del movimiento representado por la siguiente gráfica *x versus t*. Grafica puntos cada medio segundo.



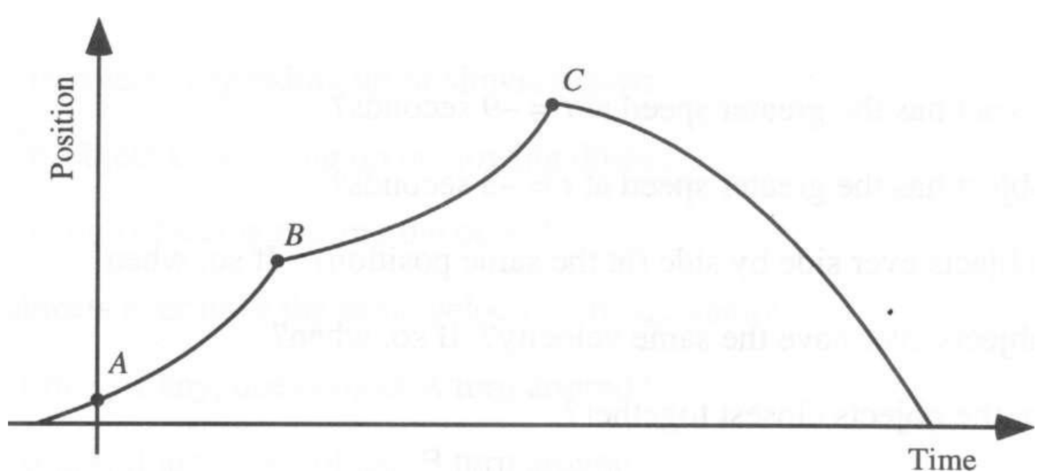
Problema 6.5

Traza la gráfica de v *contra* t del movimiento que se presenta a continuación. Etiqueta los tiempos A, B, C, D y E en tu gráfica.



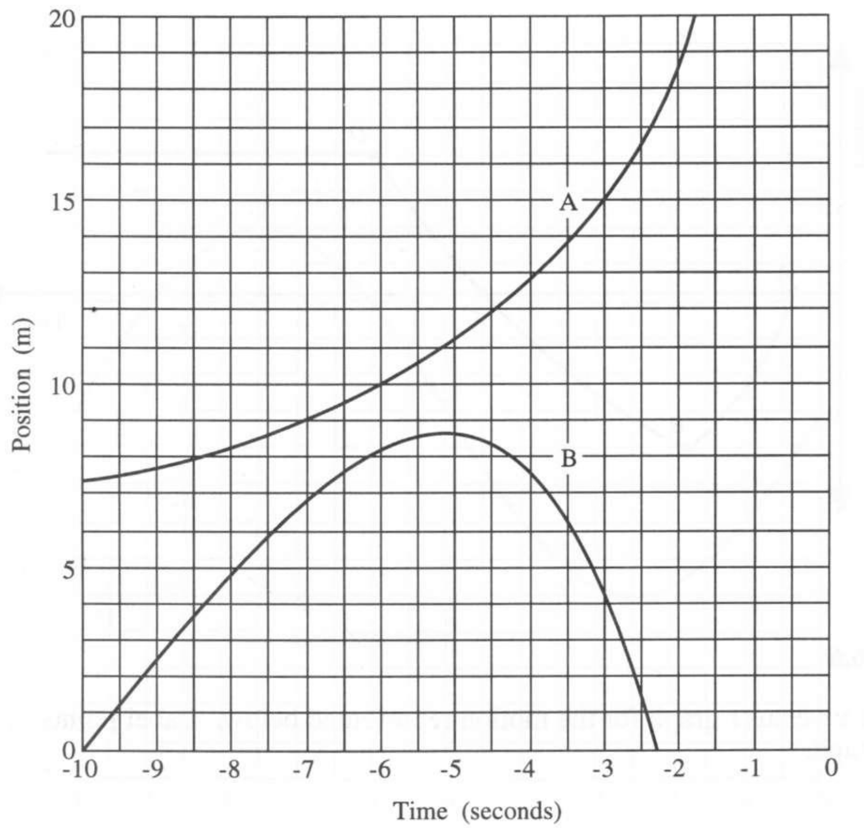
Problema 6.6

Traza la gráfica de v *versus* t del movimiento que se presenta a continuación. Etiqueta los tiempos A, B y C en tu gráfica.



Problema 7.1

Contesta las siguientes preguntas con base en la siguiente gráfica. Explica tu razonamiento.



A. ¿Cuál objeto tiene mayor velocidad en t = -9 segundos?

B. ¿Cuál objeto tiene mayor velocidad en t = -3 segundos?

C. ¿Están en algún momento los objetos lado a lado (en la misma posición)? De ser así, ¿en qué momento?

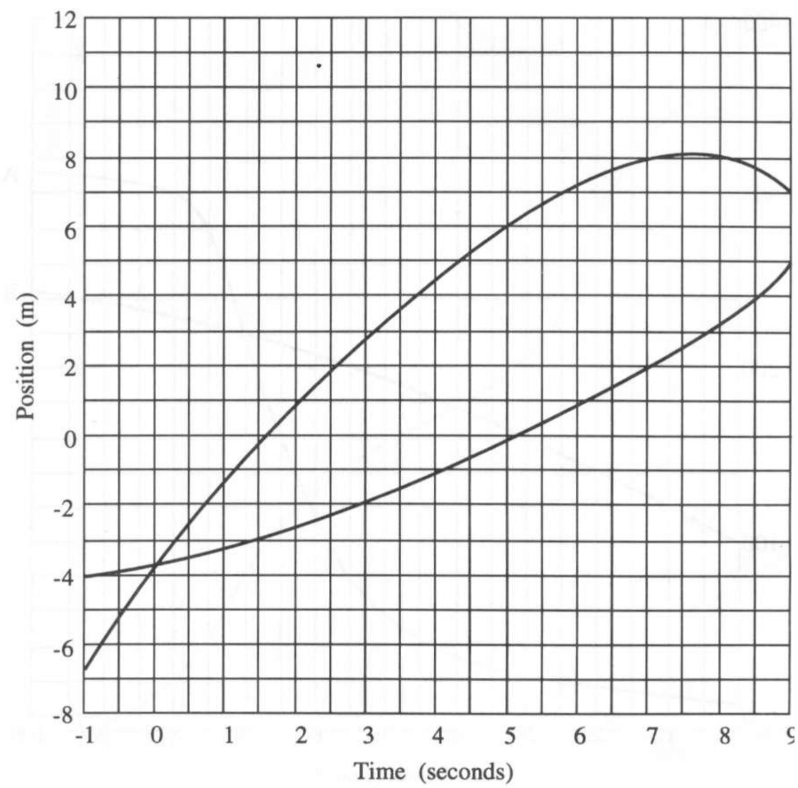
D. ¿Tienen los objetos la misma velocidad en algún momento? De ser así, ¿en qué momento?

E. ¿Cuándo se encuentran más cerca los objetos?

F. ¿A qué distancia se encuentran los objetos cuando están más cerca uno del otro?

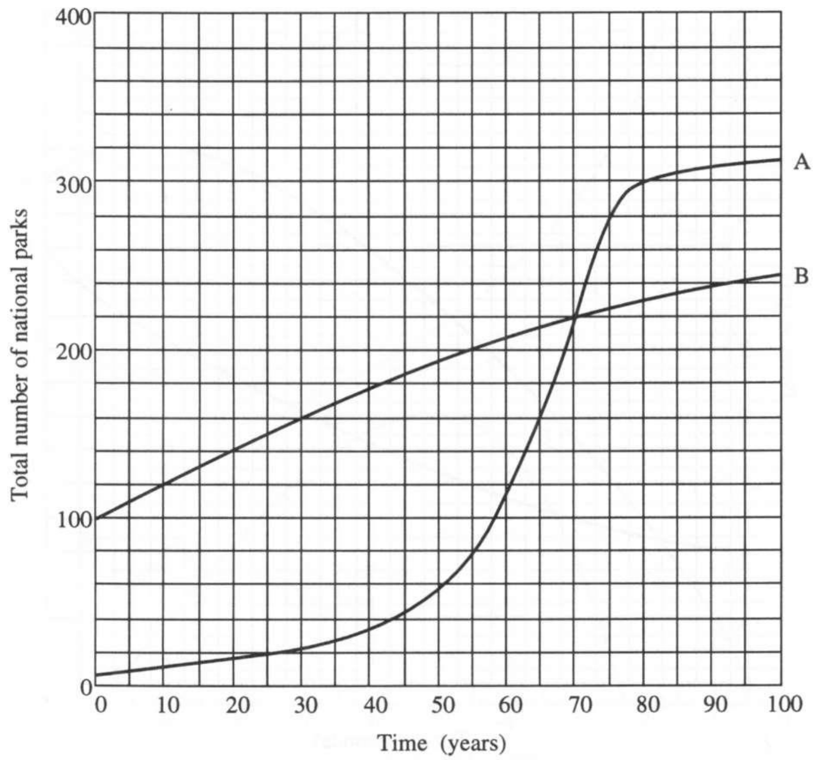
Problema 7.2

Las siguientes preguntas se aplican a la siguiente gráfica.



A. En t = 0, ¿se encuentra acelerando o desacelerando el objeto A?
B. En t = 0, ¿se encuentra acelerando o desacelerando el objeto B?
C. En t = 0, ¿cuál objeto está rebasando al otro?
D. ¿Tienen los objetos la misma velocidad en algún momento? De ser así, ¿en qué momento?
E. ¿En qué momentos, si es que los hay, el objeto A da la vuelta?
F. ¿En qué momentos, si es que los hay, el objeto B da la vuelta?

Problema 7.3



Las siguientes preguntas se aplican a la gráfica anterior. Esta gráfica describe la historia de la creación de parques nacionales en dos países, A y B. La gráfica muestra cuántos parques había en cada país en una cierta fecha en el periodo de un siglo.

A. ¿En algún momento los países crearon el mismo número de parques por año? De ser así, ¿cuándo?

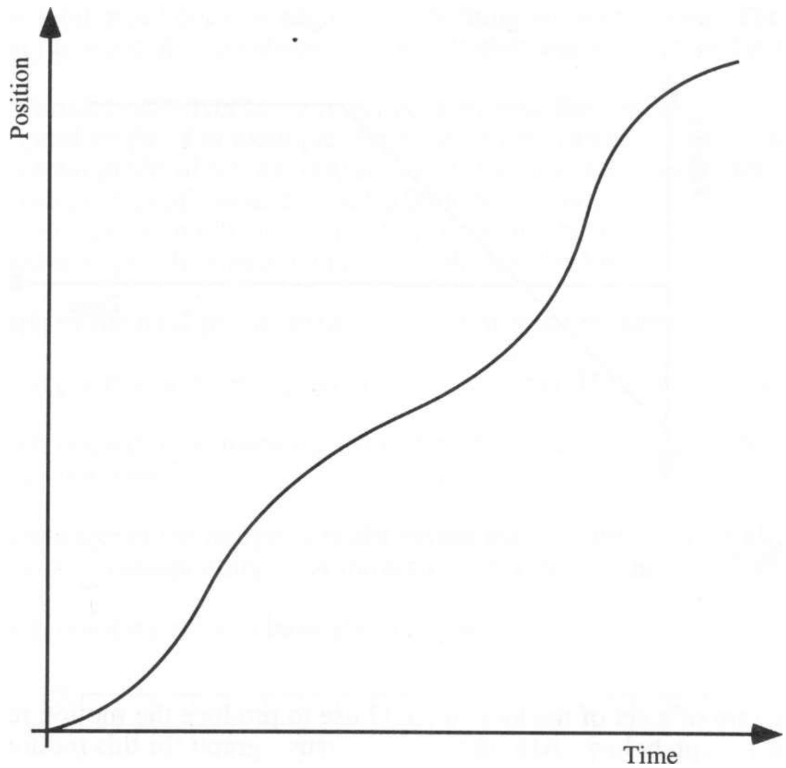
B. En t = 50, ¿qué país estaba creando más parques al año?

C. Justo antes de t = 70, ¿qué país estaba creando más parques al año?

D. En t = 90, ¿qué país estaba creando más parques al año?

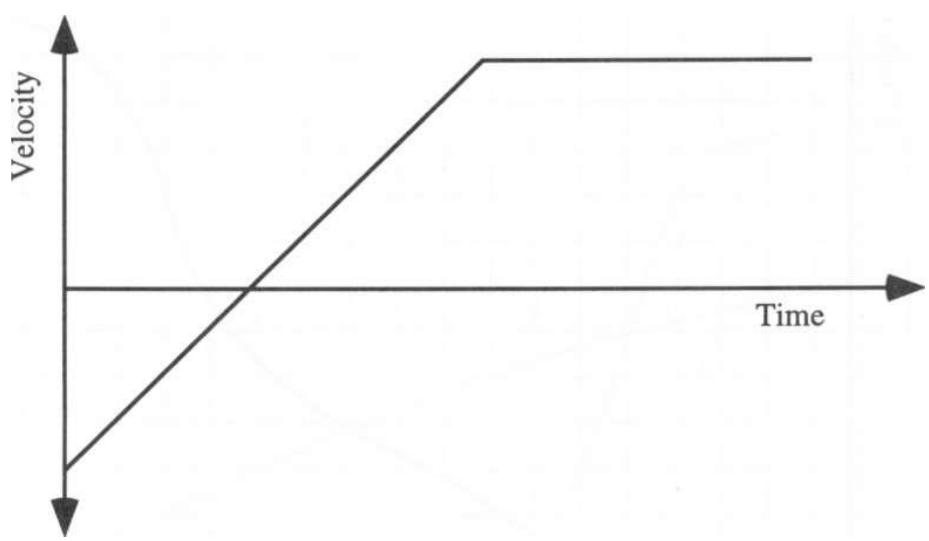
Problema 8.1

Dibuja el diagrama de una serie de pistas (rieles) que podrían usarse para producir el movimiento representado en la siguiente gráfica. Describe el movimiento en palabras.

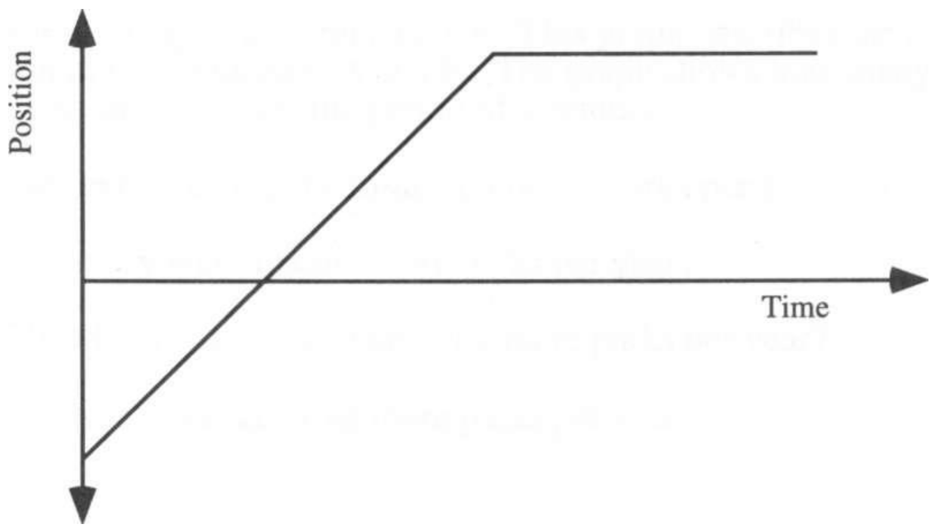


Problema 8.2

Dibuja el diagrama de una serie de pistas (rieles) que podrían usarse para producir el movimiento representado en la siguiente gráfica *v versus t*. Traza además una gráfica de *x versus t* de este movimiento. Da una descripción verbal de este movimiento y lo que harías para producirlo.



B. Dibuja el diagrama de una serie de pistas (rieles) que podrían usarse para producir el movimiento representado en la siguiente gráfica *x versus t*. Traza además una gráfica de *v versus t* de este movimiento. Da una descripción verbal de este movimiento y lo que harías para producirlo.



Problema 9.1

Un empleado en una mina de plata lleva un registro de las ganancias totales de la mina desde que inició sus operaciones. Al principio, las utilidades totales aumentaron rápidamente. Sin embargo, a medida que la plata se dio en menores concentraciones, las ganancias totales dejaron de aumentar tan velozmente y más tarde empezaron a caer. Posteriormente, las ganancias totales se volvieron negativas, lo que indicó una pérdida general. Los propietarios de la mina acabaron por cerrar la mina después de sufrir pérdidas considerables, a pesar de las advertencias de ese empleado.

Cuando ya se ha extraído de una mina una cierta cantidad de plata, a las utilidades sobre la *siguiente* tonelada se les llama *ganancia marginal.* Por ejemplo, supongamos que ya se han extraído 18 toneladas de plata con una utilidad total de $2,000,000 hasta ahora. Si la siguiente tonelada extraída de la mina diera una utilidad de $200,000, la ganancia marginal sería $200,000/tonelada en esta etapa de las operaciones de la mina. Por lo tanto, después de extraer 19 toneladas, la utilidad total sería $2,200,000. Posteriormente, cuando fuera más difícil obtener la plata, la ganancia marginal podría ser incluso menor.

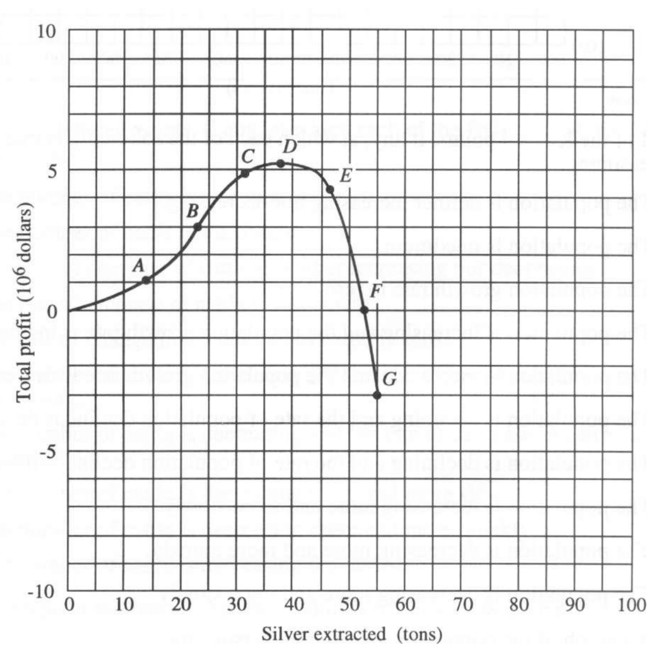
A continuación se muestra una gráfica de la utilidad total contra la cantidad de plata ya extraída.

A. ¿En qué momento fue máxima la ganancia marginal? ¿Cómo puedes saberlo?

B. ¿En qué punto se volvió negativa por primera vez la ganancia marginal? ¿Qué quiere decir el signo negativo?

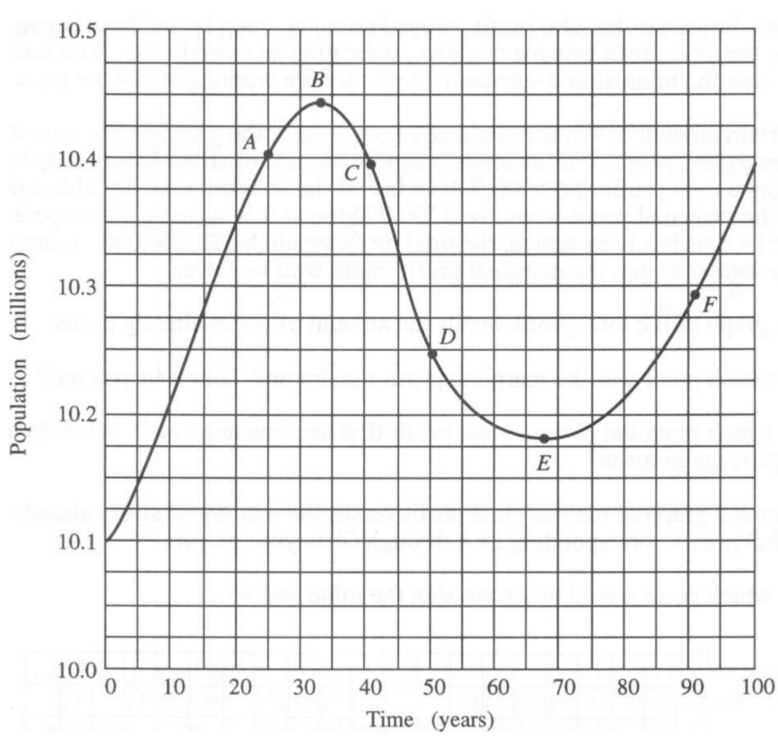
C. Traza una gráfica de la ganancia marginal contra la cantidad de plata ya extraída. Anota los puntos que correspondan de *A* hasta *G* en tu gráfica.

D. ¿En qué punto habrías cerrado la mina y porqué?



Problema 9.2

Abajo aparece una gráfica de la población a lo largo del tiempo de un país hipotético durante un periodo de hambruna.



A. Enumera todos los puntos que tienen letras, en caso de haberlos, en los cuales cada una de las siguientes declaraciones es cierta. Explica tu razonamiento.

(1) La población no aumenta ni disminuye.

(2) La población está alcanza su máximo.

(3) La tasa de crecimiento de la población es cero.

(4) La población aumenta y la tasa de crecimiento de la población se incrementa.

(5) La población aumenta y la tasa de crecimiento de la población disminuye.

(6) La población disminuye y la tasa de crecimiento de la población disminuye.

(7) La población disminuye y la tasa de crecimiento de la población aumenta.

(8) La población aumenta más y más lentamente.

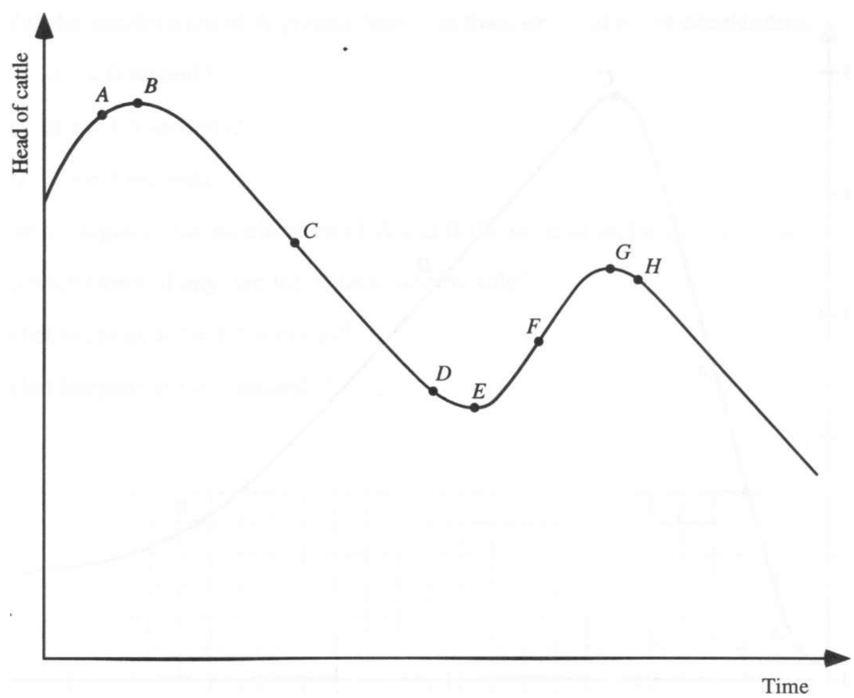
(9) La población disminuye más y más rápidamente.

(10) La población disminuye más y más lentamente.

Traza una gráfica de la tasa de crecimiento contra el tiempo.

Problema 9.3

La siguiente gráfica muestra la variación del número de cabezas de ganado a lo largo del tiempo en la república de Forwichistán.



A. Enumera todos los puntos que tienen letras, en caso de haberlos, en los cuales cada una de las siguientes aseveraciones es cierta. Explica tu razonamiento.

(1) El número de cabezas de ganado es mínimo.

(2) El número de cabezas de ganado es máximo.

(3) La tasa de disminución de cabezas de ganado no aumenta ni disminuye.

(4) La tasa de aumento de cabezas de ganado es máximo.

(5) La tasa de cambio en el número de cabezas de ganado es cero.

(6) El número de cabezas de ganado aumenta y la tasa de incremento del ganado disminuye.

(7) El número de cabezas de ganado disminuye y la tasa de decremento del ganado disminuye.

(8) El número de cabezas de ganado disminuye cada vez más lentamente.

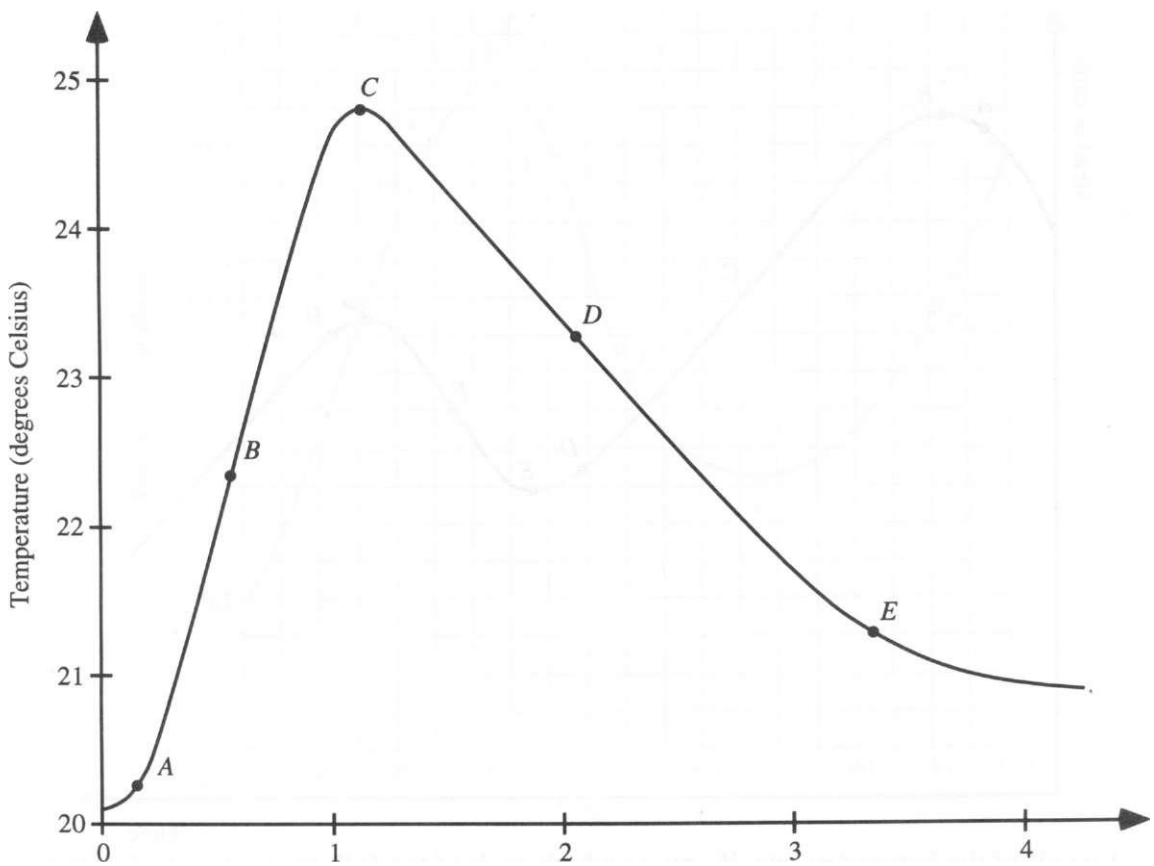
(9) El número de cabezas de ganado disminuye cada vez más rápidamente.

(10) El número de cabezas de ganado disminuye con más rapidez.

B. Traza una gráfica de la tasa de cambio del número de cabezas de ganado contra el tiempo.

Problema 9.4

En la siguiente gráfica aparece la variación de la temperatura conforme a la profundidad del agua en una laguna popular entre los turistas de Forwichistán.



El gradiente de temperatura es una cantidad que nos dice cuánto cambia la temperatura por unidad de profundidad.

A. Enumera todos los puntos que tienen letras, en caso de haberlos, en los cuales cada una de las siguientes declaraciones es cierta.

(1) La temperatura aumenta más rápidamente con la profundidad.

(2) La temperatura es máxima.

(3) El gradiente de temperatura es máximo.

(4) El gradiente de temperatura es 0.

(5) La temperatura y el gradiente de temperatura aumentan.

(6) La temperatura y el gradiente de temperatura disminuyen.

(7) La temperatura aumenta más y más rápidamente.

(8) La temperatura disminuye más y más lentamente.

B. Traza una gráfica del gradiente de temperatura contra el tiempo.

Problema 10.1

Las siguientes preguntas se aplican a la gráfica de *v versus t* que aparece a continuación. Los objetos descritos se desplazan a lo largo de pistas paralelas.

A. ¿La aceleración de A fue mayor que, menor que o igual a la aceleración de b a los

(1) t = 0 segundos?

(2) t = 1.5 segundos?

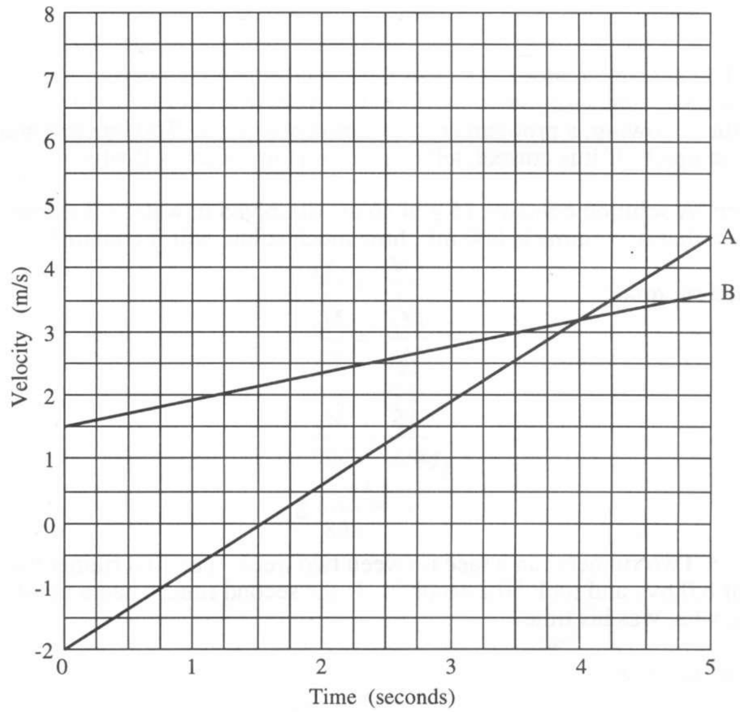
(3) t = 4 segundos?

B. ¿Los signos de las aceleraciones de A y B son iguales en t = 1 segundo?

C. ¿En qué momentos, si es el caso, se encuentran los objetos lado a lado?

D. ¿Qué pasa a los t = 1.5 segundos?

E. ¿Qué pasa a los t = 4 segundos?



Problema 10.2

Una cierta empresa que hace hamburguesas lleva un conteo del número total de hamburguesas vendidas en su historia. Esta es una entrevista ficticia con un representante de la empresa:

Entrevistador: *"¿Cuáles son sus ventas anuales?*

Representante: *"1620 millones actualmente."*

Entrevistador: *"¿Cuáles son sus perspectivas para el futuro?"*

Representante: *"Excelentes. Nuestras ventas anuales aumentan 0.3 millones cada mes hasta ahora".*

Haz una analogía entre las cantidades indicadas anteriormente y las otras cantidades involucradas en el negocio de las hamburguesas con las cantidades del movimiento enumeradas a continuación. Indica cuál corresponde a cada una y de qué manera son similares.

A. aceleración
B. velocidad
C. desplazamiento
D. duración
E. tiempo
F. posición